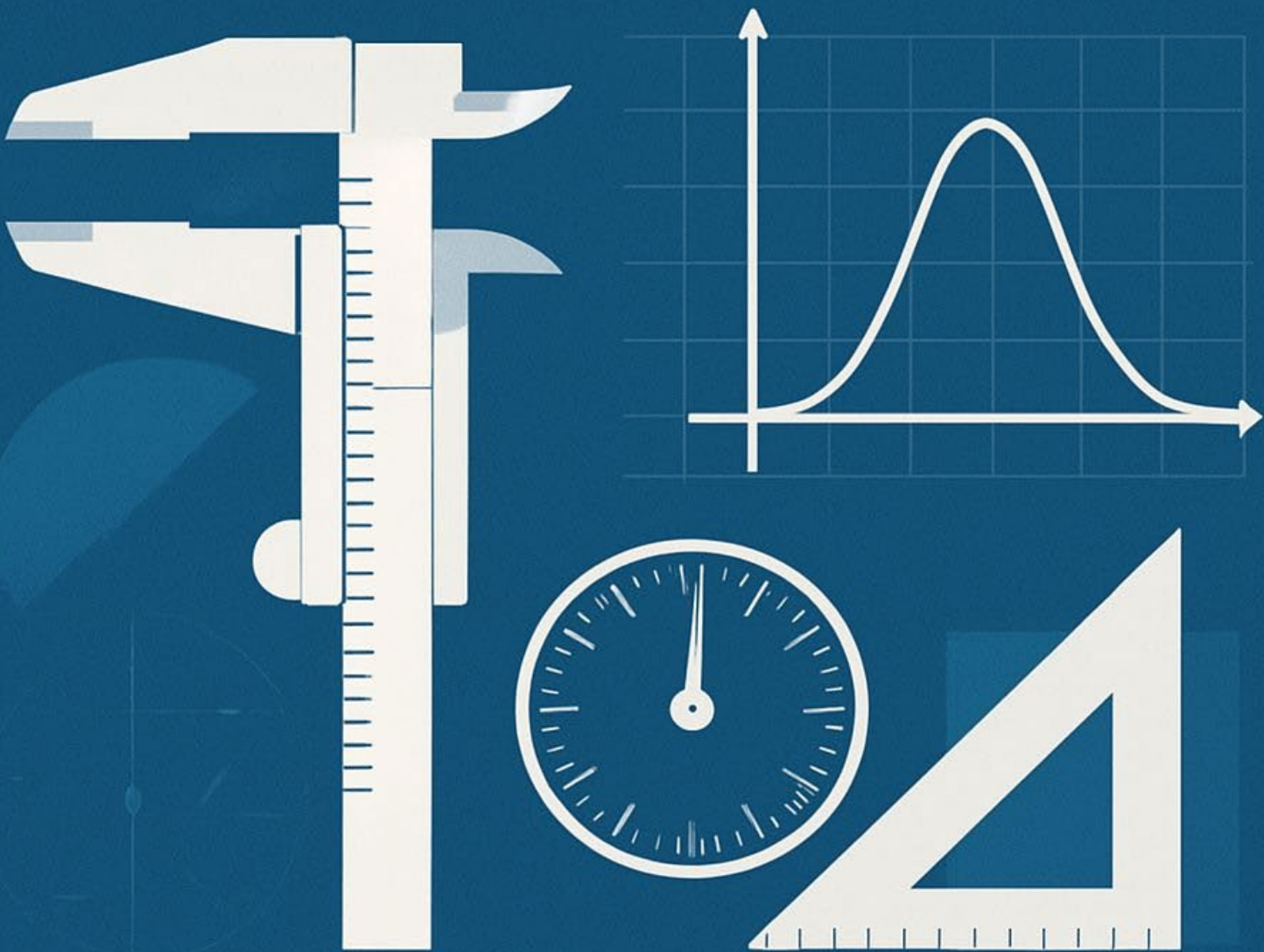


MEDIDAS E ERROS

Apostila de Física para ITA, IME e OBF



PROFESSOR LAERTE PEREIRA

Não se preocupe em ser um gênio e não se preocupe se não for inteligente. Confie mais no trabalho duro, na perseverança e na determinação. O melhor lema para uma longa marcha é "Não resmungue Aguenta". Você tem o futuro nas mãos. Nunca duvide disso. Não se gabe. A pessoa que se gaba, assim como o homem que se gaba, pouco mais pode fazer. É um zé-ninguém que anuncia a sua própria mercadoria barata. A lata vazia é a que faz mais barulho. Seja honesto. Seja leal. Seja bondoso. Lembre-se que a coisa mais difícil de conseguir é a faculdade de ser altruísta. Como qualidade, é um dos mais belos atributos da humanidade. Ame o mar, a sonoridade da praia, os prados amplos. Mantenha-se limpo de corpo e mente.



1. Notação científica

A notação científica é uma forma simplificada de escrever números muito grandes ou muito pequenos. Ela é muito utilizada na astronomia, na física e na química pois podemos representar números de moléculas, de átomos, distância entre corpos no espaço, entre outras medidas. A notação científica é sempre baseada em potências de 10. Então, podemos generalizar a forma com que um número é escrito nesta notação:

$$A \cdot 10^B$$

A constante A é chamada de mantissa. e B, é a ordem de grandeza. A mantissa de um número em notação científica deve estar sempre no intervalo:

$$1 \leq A < 10$$

Ordem de grandeza

Definição: Ordem de grandeza de um número é a potência de 10 mais próxima deste número. Para analisar a ordem de grandeza temos que passar por alguns passos:

Primeiro passo: escreva o número em notação científica, isto é, da forma:

$$A \cdot 10^B$$

Segundo passo: temos dois casos a considerar:

- se o valor de A for menor do que $\sqrt{10}$ a ordem de grandeza do número será 10^B .
- se o valor de A for maior do que $\sqrt{10}$ a ordem de grandeza do número será 10^{B+1} .

2. Algarismos significativos

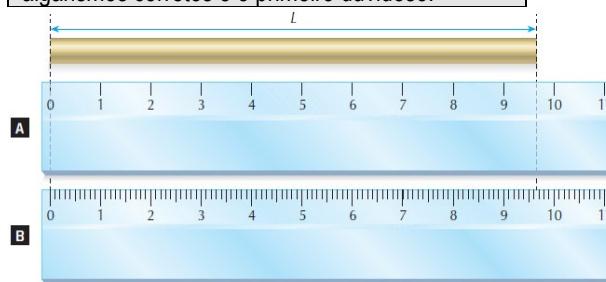
A precisão da medida de uma certa grandeza depende principalmente do instrumento utilizado. Vejamos um exemplo: pretende-se medir o comprimento L de uma barra e, para isso, dispõe-se de duas réguas — uma centimétrica e outra milimetrada. Conforme veremos, a precisão da medida com a régua centimétrica é menor do que com a milimetrada.

Com a utilização da régua centimétrica (fig. 1A) podemos dizer que o comprimento da barra está compreendido entre 9 cm e 10 cm, estando mais próximo de 10 cm. O algarismo que representa a primeira casa depois da vírgula não pode ser determinada com precisão, devendo ser estimado. Desse modo, estimamos a medida do comprimento L em 9,6 cm. Note que o algarismo 9 é correto e o algarismo 6 é duvidoso.

Em toda medida os algarismos corretos e o primeiro duvidoso são chamados algarismos significativos. Portanto, na medida 9,6 cm, temos dois algarismos significativos.

Com a régua milimetrada (fig. 1B), como cada centímetro é dividido em 10 milímetros, podemos com maior precisão dizer que o comprimento da barra está compreendido entre 9,6 cm e 9,7 cm. Nesse caso, estimamos o comprimento L em 9,65 cm. Observe, agora, que os algarismos 9 e 6 são corretos e o algarismo 5 é duvidoso, pois ele foi estimado. Temos, então, três algarismos significativos.

Os algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos e o primeiro duvidoso.



Imagine agora que a medida $L = 9,65$ cm deva ser convertida para metro. Desse modo, temos $L = 0,0965$ m. Note que a medida continua com três algarismos significativos, isto é, os zeros à esquerda do número 9 não são significativos — eles apenas servem para posicionar a vírgula. Portanto, os zeros à esquerda do primeiro algarismo significativo não são significativos.

Estando o zero à direita do primeiro algarismo significativo, ele também será significativo. Por exemplo, na medida $L = 9,05$ m temos três algarismos significativos: 9, 0 e 5. Convertendo-se essa medida para centímetro, temos $L = 9,05 \cdot 10^2$ cm. Note que a medida continua com três algarismos significativos, isto é, os algarismos correspondentes à potência de 10 não são significativos.

Exemplo:

42,3 m tem três números significativos.

243,4 m/s tem quatro números significativos.

Dica: Um zero se torna um número significativo se aparecer entre dois dígitos não zero.

Exemplo:

5,03 kg tem três algarismos significativos. 5,604 kg tem quatro algarismos significativos.

Dica: Os zeros precedentes ou os zeros colocados à esquerda do número nunca são significativos.

Exemplo:

0,543 kg tem três algarismos significativos.

0,045 m tem dois algarismos significativos.

0,006 Km tem um algarismo significativo.

Dica: Os zeros à colocados à direita do número são significativos.

Exemplo: 4 330 kg tem quatro algarismos significativos.

433,00 kg tem cinco algarismos significativos.

343.000 kg tem seis algarismos significativos.

Dica: Na notação exponencial, a parte numérica dá o número de algarismos significativos.

Exemplo: $1,32 \cdot 10^{-2}$ km tem três algarismos significativos.

$1,32 \cdot 10^4$ km tem três algarismos significativos.

Exemplo1: A balança da figura abaixo está graduada em quilogramas (kg). Qual é a massa do pacote colocado sobre o prato da balança? Quais são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso?



Resolução:

Observando que cada divisão corresponde a 0,1 kg, concluímos que a massa do pacote está compreendida entre 2,4 e 2,5 kg. Avaliamos, então, a massa do pacote em 2,45 kg. Note que os algarismos 2 e 4 são corretos, e que o algarismo 5 é duvidoso.

Respostas: 2,45 kg; 2 e 4 são os algarismos corretos; 5 é o algarismo duvidoso.

Exemplo2: O sino de uma igreja bate uma vez a cada meia hora, todos os dias. Qual é a ordem de grandeza do número de vezes que o sino bate em um ano?

Resolução:

Se o sino bate uma vez a cada meia hora, concluímos que em um dia ele bate 48 vezes. Logo, o número de batidas do sino em um ano é dado por:

$$N^{\circ} = 48 \times 365$$

$$N^{\circ} = 17.520 \text{ batidas}$$

Em notação científica, com três algarismos significativos, temos $N^{\circ} = 1,75 \times 10^4$ batidas.

Resposta: 10^4 batidas

Exemplo 3: Qual é a ordem de grandeza do número de batimentos cardíacos de um aluno do ensino médio, desde o seu nascimento?

Resolução:

Para a resolução desse exercício é necessário fazer algumas estimativas. Vamos, por exemplo, considerar que o coração bata 70 vezes em um minuto e vamos adotar para a idade do aluno 15 anos. Devemos, inicialmente, calcular o número de minutos existente em 15 anos:

$$15 \text{ anos} = 15 \times 365 \times 24 \times 60 \text{ minutos}$$

$$15 \text{ anos} = 7.884.000 \text{ minutos}$$

O número X de batimentos em 15 anos de vida será:

$X = 551.880.000$ batimentos. Em notação científica, com três algarismos significativos, temos $X = 5,52 \times 10^8$ batimentos. Observe que a escolha da idade do aluno (para 14, 16 ou 17 anos) ou do número de batimentos por minuto (para 60, 80 ou 90) não altera o resultado da ordem de grandeza.

Resposta: 10^9 batimentos

Exemplo 4 (H.Moysés): Estime o número de fios de cabelo que você tem na sua cabeça.

Resolução do Prof. Laerte:

Para estimar esse tipo de informação primeiro a gente precisa coletar alguns dados, supor algumas aproximações e depois fazer umas continhas, tranquilo?

Estima-se que o ser humano tem por volta de 600 fios de cabelo por cm^2 (obrigado, Google kk) e podemos considerar que nossa superfície craniana é uma semi-esfera de raio $= 10\text{cm}$.

Aqui está a ideia de estimar a ordem de grandeza, a gente só tá querendo uma aproximação! É só não colocar nenhum valor absurdo, beleza?

Bom, se sabemos a quantidade de fios por cm^2 , temos que achar a área da nossa cabeça, né?

Bora lá achar a área da superfície do nosso crânio, que é a área da semiesfera de raio 10cm .

$$A_{\text{sup}} = \frac{4\pi R^2}{2} = 200\pi \text{cm}^2 \sim 628\text{cm}^2$$

Agora só basta multiplicar que vamos ter a estimativa da ordem de grandeza dos fios!

$$600 \frac{\text{fios}}{\text{cm}^2} \cdot 628\text{cm}^2 = 376800 \text{ fios}$$

Esse número corresponde a $3,768 \cdot 10^5$ fios e isso nos diz que a ordem de grandeza é de 10^5 .

Exemplo 5 (H.Moysés): Estime o número de folhas de uma árvore.

Resolução do Prof. Laerte:

Para fazer essa conta a gente pode imaginar um modelo mais simples de árvore pra facilitar nossa vida, já que estamos dentro de uma estimativa.

Vamos considerar uma árvore em que as folhas estão preenchendo toda a sua copa de formato semi esférico com raio $R = 2\text{m}$ e que as folhas tem dimensões $10\text{cm} \cdot 10\text{cm} \cdot 1\text{cm}$.

Bora lá achar o volume da nossa copa semiesférica.

$$V_{\text{esf}} = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32}{3}\pi \text{m}^3 \sim 33\text{m}^3$$

Como queremos o volume de uma semiesfera e não de uma esfera o volume da nossa copa é:

$$\frac{V_{\text{esf}}}{2} \sim 17\text{m}^3$$

Já o volume das folhas fica assim:

$$V_{\text{folha}} = 10 \cdot 10 \cdot 1 = 100\text{cm}^3$$

Como a intenção é relacionar o volume da copa da árvore com o volume da folha a gente iguala as unidades, tranquilo?

$$1\text{cm} = 10^{-2}\text{m}$$

$$1\text{cm}^3 = (10^{-2})^3 \text{m}^3 = 10^{-6}\text{m}^3$$

Então:

$$100\text{cm}^3 = 10^2 (10^{-6}) \text{m}^3 = 10^{-4}\text{m}^3$$

Como queremos o número de folhas, fazemos

$$\frac{V_{\text{sup}}}{V_{\text{folha}}} = \frac{33\text{m}^3}{10^{-4}\text{m}^3} = 33 \cdot 10^4 = 3,3 \cdot 10^5$$

Resposta

Da ordem de 10^5 folhas



Regra de operações com algarismos significativos.

Soma / subtração

Em regra, temos:

Alg. correto $\pm$ alg. correto = algarismo correto

Alg. correto $\pm$ alg. duvidoso = algarismo duvidoso

Alg. duvidoso $\pm$ alg. duvidoso = algarismo duvidoso

A uma soma der como resultado um ou mais dígitos a mais das parcelas, os algarismos que correspondem aos adicionais são considerados como algarismos corretos.

Quando temos um resultado com mais de um algarismo duvidoso temos que eliminar o número de algarismo duvidoso até ficar com apenas o algarismo duvidoso mais à esquerda.

A forma que temos para eliminar os algarismos duvidosos é a regra do arredondamento.

A regra consiste em:

- Se o primeiro algarismo a ser eliminado for maior ou igual a 5, acrescentamos uma unidade ao primeiro algarismo que está situado à esquerda.
- Se o algarismo a ser eliminado for menor que 5, devemos manter inalterado o algarismo da esquerda.

Em resumo podemos usar a seguinte regra: O resultado de uma soma ou subtração terá o mesmo número de casas decimais da parcela com menor número de casas decimais.

Exemplo 6:

$$\begin{array}{r} 3,11 \\ + 0,313 \\ \hline 3,423 \end{array} \leftarrow \text{(A resposta deve ter apenas um algarismo na casa decimal)}$$

Resposta: 3,4

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 62,831 \\ - 24,5492 \\ \hline 38,2818 \end{array}$$

Resposta: 38,282

Multiplicação/divisão

Em regra, temos:

Alg. correto $\times$ ou $\div$ alg. correto = algarismo correto

Alg. correto $\times$ ou $\div$ alg. duvidoso = algarismo duvidoso

Alg. duvidoso $\times$ ou $\div$ alg. duvidoso = algarismo duvidoso

Usaremos os mesmos critérios da soma/subtração.

Em resumo podemos usar a seguinte regra:

O resultado de uma Multiplicação ou Divisão tem o mesmo número de Algarismos Significativos da parcela com o menor número de Algarismos Significativos utilizada no cálculo.

Exemplo 7:

a. $21,13 \times 11,2$

Solução:

$$\begin{array}{r} 21,13 \\ \times 11,2 \\ \hline 4226 \\ 2113 \\ 2113 \\ \hline 236,656 \approx 237 \end{array}$$

b. $3,67 \times 2,3$

Solução:

$$\begin{array}{r} 3,67 \\ \times 2,3 \\ \hline 1101 \\ 734 \\ \hline 8,441 \approx 8,4 \end{array}$$

Exercícios

1. A tabela abaixo descreve alguns eventos temporais a respeito da formação do nosso Sol e da Terra.

Alguns eventos temporais (em anos passados até a data atual)	
$4,55 \cdot 10^9$	Formação do Sol
$4,45 \cdot 10^9$	Formação da Terra
$3,8 \cdot 10^9$	Os continentes emergem das águas
$4,2 \cdot 10^8$	Aparecimento das plantas sobre o solo
$6,7 \cdot 10^7$	Extinção dos dinossauros
$1,2 \cdot 10^5$	Aparecimento do homem de Neanderthal
$4,0 \cdot 10^3$	Início da história do homem

Se adotarmos que a formação do Sol ocorreu há 1 dia terrestre, quando se iniciou a história da civilização humana nessa nova escala de tempo? (1 dia terrestre = 86.400 segundos)



- a) Há 76 segundos, aproximadamente.
 b) Há 76 milissegundos, aproximadamente.
 c) Há 76 microssegundos, aproximadamente.
 d) Há 78 milissegundos, aproximadamente.
 e) Há 78 microssegundos, aproximadamente.
- c) 11
 d) 14
 e) 15

Gabarito

2. No estádio do Morumbi 120.000 torcedores assistem a um jogo. Através de cada uma das 6 saídas disponíveis podem passar 1.000 pessoas por minuto. Qual é o tempo mínimo necessário para se esvaziar o estádio?
1. B
 2. D
 3. C
 4. C
 5. B

- a) uma hora
 b) meia hora
 c) $\frac{1}{4}$ de hora
 d) $\frac{1}{3}$ de hora
 e) $\frac{3}{4}$ de hora

3. O diâmetro de um fio de cabelo é 10^{-4} m. Sabendo-se que o diâmetro de um átomo é 10^{-10} m, quantos átomos colocados lado a lado seriam necessários para fazer uma linha que divida o fio de cabelo ao meio exatamente no seu diâmetro?

- a) 10^4 átomos
 b) 10^5 átomos
 c) 10^6 átomos
 d) 10^7 átomos
 e) 10^8 átomos

4. O velocímetro indica a velocidade instantânea de um veículo. Num certo instante, a indicação do aparelho está representada abaixo.



A melhor leitura da velocidade, em km/h, é:

- a) 80
 b) 84
 c) 87
 d) 90
 e) 92

- 5 O número de algarismos significativos de 0,00000000008065 cm é:

- a) 3
 b) 4



Quando podemos medir e expressar em números aquilo de que falamos, sabemos algo a seu respeito; e quando não podemos medi-lo, quando não podemos expressá-lo em números, nosso conhecimento é insuficiente e pouco satisfatório. Pode ser o começo de nosso conhecimento, mas mal teremos dado o primeiro passo dentro da ciência. - William Thomson (Lord Kelvin), 1824–1907, físico e matemático.

3. GRANDEZAS FUNDAMENTAIS

As grandezas físicas que são independentes de outras grandezas são chamadas de grandezas fundamentais.

Exemplo: massa, comprimento, tempo, etc.

GRANDEZAS DERIVADAS

As grandezas físicas derivadas de grandezas fundamentais são conhecidas como grandezas derivadas.

Exemplo: área, velocidade, força, etc.

4. O SISTEMA SI DE UNIDADES

Em 1971, a Conferência Geral de Pesos e Medidas introduziu um sistema de unidades lógico e racionalizado conhecido como Sistema Internacional de Unidades, abreviado como SI em todas as línguas. Nesse sistema, existem sete grandezas fundamentais e duas grandezas suplementares.

Nº Seg.	Grandeza física	Unidade	Símbolo
1.	Comprimento	metro	m
2.	Massa	quilograma	kg
3.	Tempo	segundo	s
4.	Temperatura	kelvin	K
5.	Corrente elétrica	ampère	A
6.	Intensidade luminosa	candela	cd
7.	Quantidade de substância	mol	mol

Grandezas suplementares e suas unidades

Nº Seg.	Grandeza física	Unidade	Símbolo
1.	Ângulo plano	radiano	rad
2.	Ângulo sólido	esterradiano	sr

Regras para escrever unidades

1. Ao escrever a unidade de qualquer grandeza, usam-se letras minúsculas para o símbolo da unidade. **Exemplo:** m, m/s, etc.
2. Os símbolos não são seguidos de ponto final.
3. Se alguma unidade for nomeada em homenagem a um cientista, a letra inicial do símbolo deve ser maiúscula.

Exemplo: N (newton), W (watt), K (kelvin), etc.

4. O nome completo de uma unidade sempre começa com letra minúscula, mesmo que

seja nomeada em homenagem a um cientista.

Exemplo: 5 N ou 5 newtons.

5. Os símbolos não são usados no plural.

Algumas unidades práticas

Há algumas unidades práticas que são usadas simultaneamente com as unidades SI.

- (i) 1 fermi = 10^{-15} m
- (ii) 1 angstrom (Å) = 10^{-10} m
- (iii) 1 nanômetro (nm) = 10^{-9} m
- (iv) 1 micron (µm) = 10^{-6} m
- (v) 1 ano-luz = $9,46 \times 10^{15}$ m
- (vi) 1 unidade astronômica (UA) = $1,496 \times 10^{11}$ m
- (vii) 1 parsec = $3,03 \times 10^{18}$ m
- (viii) 1 u (amu) = $1,66 \times 10^{-27}$ kg
- (ix) 1 quintal = 100 kg
- (x) 1 tonelada = 1000 kg
- (xi) 1 mês lunar = 27,3 dias
- (xii) 1 dia solar = 365,25 dias solares médios = 366,25 dias siderais
- (xiii) 1 shake = 10^{-8} s

1 unidade de raio X = 10^{-13} m

5. DEFINIÇÕES DE UNIDADES SI

Metro (m): Um metro é definido como o comprimento do caminho percorrido pela luz no vácuo em $1/(299792458)$ de segundo. (1983)

Quilograma (kg): Um quilograma é a massa de um protótipo [um certo cilindro de platina-irídio] preservado no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, perto de Paris. (1889)





Segundo (s): Um segundo é a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio-133. (1967)

Ampere (A): Um ampere é aquela corrente constante que, se mantida em dois condutores retilíneos e paralelos, de comprimento infinito, de secção circular desprezível, colocados a 1 metro de distância um do outro no vácuo, produziria entre esses condutores uma força igual a 2×10^{-7} newton por metro de comprimento. (1946)

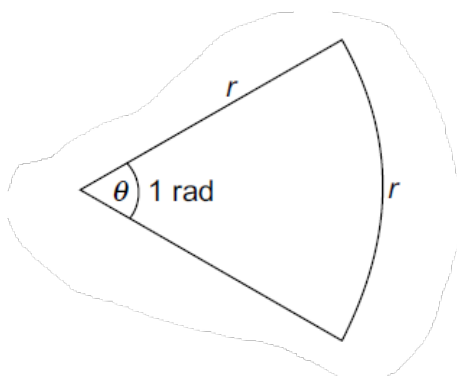
Kelvin (K): Um kelvin é a fração $1/(273,16)$ da temperatura termodinâmica do ponto triplo da água. (1967)

Candela (cd): Uma candela é a intensidade luminosa, em dada direção, de uma fonte que emite radiação monocromática de frequência 540×10^{12} hertz e que tem intensidade radiante de $1/683$ watt por esterradiano nessa direção.

Mol (mol): Um mol é a quantidade de substância que contém tantas entidades elementares quantos são os átomos existentes em 0,012 kg do isótopo carbono-12. As entidades podem ser átomos, moléculas, íons, etc.

As duas unidades suplementares do SI são definidas como segue:

Radiano (rad): 1 radiano é o ângulo subtendido no centro de um círculo por um arco cujo comprimento é igual ao raio do círculo.

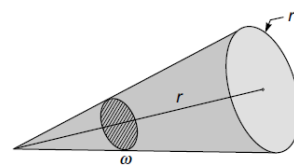


Assim,

$$\theta = \frac{\text{Arco}}{\text{Raio}} = \frac{r}{r} = 1 \text{ rad}$$

Esterradiano (sr): 1 esterradiano é o ângulo sólido subtendido no centro de uma esfera por uma superfície da esfera cuja área é igual à de um quadrado que tem cada lado igual ao raio da esfera.

$$\text{Assim, } \omega = \frac{\text{Área da superfície}}{\text{Raio}^2} = \frac{r^2}{r^2} = 1 \text{ sr}$$



6. TEORIA DOS ERROS PARA OLIMPIADAS DE FÍSICA

Nesta seção iremos aprender alguns conceitos básicos da teoria dos erros, tais como **valor verdadeiro de um mensurando, erro e incerteza**.

INTRODUÇÃO

Quando fazemos uma medição encontramos uma grandeza chamada mensurando. Geralmente o valor verdadeiro desta é desconhecido, isto é, mesmo fazendo a medição, o valor verdadeiro do mensurando só pode ser conhecido por aproximações; isto devido os erros de medição. Com exceção, para certos casos, o valor verdadeiro (VV) é conhecido.

Por exemplo, podemos considerar a velocidade da luz como sendo o mensurando para a calibração de um equipamento ou uma experiência didática. Neste caso o mensurando tem VV conhecido; na prática sempre tem um erro associado as medidas.

ERRO DE MEDIÇÃO

Quando conhecemos o VV o erro de medição é definido pela diferença entre o valor indicado no sistema de medição (V_I) e o VV. Isto é:

$$E_{\text{ERRO}} = V_I - V_V \quad \text{eq1}$$

onde

E_{ERRO} = erro de medição,

V_I = valor indicado,

V_V = valor verdadeiro.

Geralmente, o VV é desconhecido, então, por convenção, usamos um valor que mais se aproxima deste, isto é, um valor que apresenta erros mínimos. Neste caso, calculamos o erro da seguinte forma:

$$E_{\text{ERRO}} = V_I - V_{VC} \quad \text{eq2}$$

onde

E_{ERRO} = erro de medição,

V_I = valor indicado,

V_{VC} = valor verdadeiro convencional.



Para eliminar, completamente, o erro de medição é essencial utilizar um sistema perfeito de medidas, ou seja, um sistema perfeitamente definido e estável. Devido às variações nas medidas ou aos erros, não é possível, em termos práticos, conseguir um sistema deste tipo. Portanto, é impossível eliminar os erros completamente de uma medida, mas sim minimizá-los. Para podermos compreender os erros presentes em uma medida podemos classificá-los em: **erro sistemático, aleatório e grosseiro.**

TIPOS DE ERROS

Para um melhor entendimento o erro pode ser considerado como a soma de três parcelas,

$$E_{\text{ERRO}} = E_S + E_a + E_g \quad \text{eq3}$$

onde

E_{ERRO} = erro de medição,

E_S = erro sistemático,

E_a = erro aleatório,

E_g = erro grosseiro.

ERRO SISTEMÁTICO

O erro sistemático (E_S) origina-se de falhas nos métodos empregados ou de falhas no operador.

Exemplo 1: Um dispositivo mostrador que possui um ponteiro torto sempre se repetirá enquanto o ponteiro estiver desta forma.

Quando há repetições de valores, no caso do exemplo 1, podemos calcular o erro sistemático associado, ou seja, calcular a tendência.

Obs.: Dependendo do instrumento a ser utilizado, os valores não são constantes ao longo da margem que o sistema métrico pode medir, sendo de difícil previsão.

ERRO ALEATÓRIO

Os erros aleatórios (E_a) são aqueles cujas causas são acidentais e variáveis, ou seja, quando há variação nos valores medidos, isto é, quando uma medição é repetida várias vezes.

Exemplo 2: Quando há folgas, atrito, vibrações, flutuações de tensões elétricas, instabilidades internas ou condições ambientais, etc.

ERRO GROSSEIRO

O erro grosseiro (E_g) decorre, geralmente, do mau uso ou mau funcionamento do sistema de medidas.

Exemplo 3: Leitura errônea, operação indevida do sistema de medidas, troca de unidades, trocar 10 cm por 100 cm, etc.

Obs.: o valor E_g é totalmente imprevisível, entretanto é detectado facilmente. Por isso iremos considerar somente os erros aleatórios e sistemáticos ao longo da apostila.

CARACTERIZAÇÃO DOS ERROS

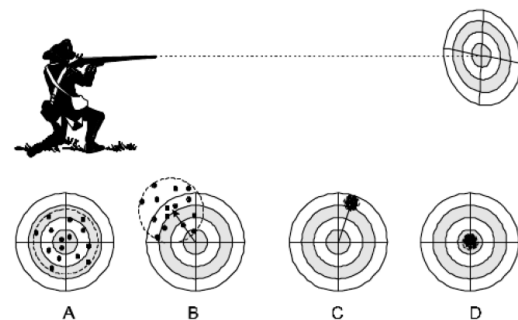


Figura 1. Efeitos aleatórios e sistemáticos caracterizados em um problema de balística [1].

Tabela 1. Distribuição dos erros aleatórios e sistemáticos nos alvos A, B, C e D.

	Erro sistemático	Erro aleatório
Alto	B, C	A, B
Baixo	A, D	C, D

Na Fig. 1(A) os erros sistemáticos são pequenos se comparados aos erros aleatórios, isto é, devido à média dos valores estar concentrada no centro do alvo. Na Fig. 1(B) os valores estão espalhados, mas a média deste se concentra em ponto distante do alvo. Neste caso, tanto os erros aleatórios quanto os erros sistemáticos são altos. Na Fig. 1(C) os valores estão concentrados em uma região distante do alvo, então há uma alta concentração de erros sistemáticos. Por último, na Fig. 1(D) os valores estão concentrados no alvo, portanto os erros são mínimos, ou seja, há uma baixa concentração de erros.

Obs.: A *acurácia* envolve tanto erros sistemáticos como aleatórios, já a *precisão* está unicamente vinculada com erros aleatórios.

INCERTEZA

Quando fazemos uma medição obtemos uma grandeza física que, como resultado, é sempre uma aproximação para o VV da grandeza. Determinar o melhor valor (MV) possível para esta a partir das medições e estimar sua discrepância em relação ao

VV são objetivos da teoria de erros (TE). O MV para a grandeza (mensurando), que deve ser o mais próximo do VV, pode ser chamado de melhor estimativa (ME) ou valor experimental (VE) para a grandeza física.

A incerteza no mensurando é uma indicação de quanto este pode diferir do VV do mensurando em termos probabilísticos.

Indicando por x_v , o VV de uma grandeza e por x_o MV obtido em uma medição ou em uma grandeza de quantidade de medições, o erro em x é definido por

$$\eta = x - x_v \quad eq4$$

Como x_v é desconhecido, isto é, no formalismo da teoria de erros, então η é desconhecido. O que se faz na prática é considerar, de forma probabilística, o MV e suas respectivas incertezas, ou seja, sem caráter determinístico (que não é regido por fenômenos aleatórios).

OBJETIVOS

- Avalia a melhor aproximação possível para o valor verdadeiro, em termos probabilísticos.
- Determinar quanto o MV pode ser diferente do VV da grandeza física, em termos probabilísticos.

COMO INDICAR A INCERTEZA

Em um resultado podemos indicar a incerteza de várias formas diferentes, tais como incerteza padrão, incerteza expandida com confiança P ($k\sigma$), limite de erro (L) e erro provável (Δ). Mas iremos nos limitar à forma mais usual no padrão científico em Física experimental que é a incerteza padrão ou desvio padrão (σ).

No padrão científico uma medida L deve ser escrita da seguinte forma

$$L = (\bar{L} \pm \sigma) \quad eq5$$

onde $\bar{L}$ é o valor mais provável de uma medida, ou seja, o valor que o experimentador considerou ser que mais próximo do VV.

COMO OMITIR A INCERTEZA

Uma grandeza física, como regra geral, deve ser indicada com a sua incerteza. Se de alguma forma isto se tornar inconveniente, a grandeza deve ser escrita em conformidade com a seguinte regra:

O limite de erro deve ser no máximo 0,5 no último algarismo apresentado, isto é, quando a grandeza física não for apresentada com o devido erro.

ALGARISMOS NA INCERTEZA PADRÃO

Não há uma regra definida que especifique o número de algarismos significativos para incerteza padrão. Como tendência, podemos indicar o desvio padrão com 2 algarismos com zeros à esquerda. Geralmente, fora da regra, não é possível atribuir mais de 1 algarismo para o desvio padrão.

REGRAS

Para ilustrar como a incerteza padrão deve ser escrita, confira as duas regras a seguir:

- Quando o primeiro algarismo na incerteza for 1 ou 2, então a incerteza padrão deve ser dada com 2 algarismos.
- Quando o primeiro algarismo na incerteza for 3 ou maior, então a incerteza padrão deve ser dada com 1 ou 2 algarismos.

Por exemplo, se você dispõe da incerteza $\sigma = 0,144m$, devemos apresentá-las, conforme as regras acima, como $\sigma = 0,14m$. Da mesma forma, se obtivermos a incerteza $\sigma = 4,413N$, devemos apresentá-las como $\sigma = 4,4N$.

Para mais informações confira na tabela 2.

	inadequadas		adequadas	
1	$\sigma = 0,144m$	$\sigma = 0,1m$	$\sigma = 0,14m$	$\sigma = 14cm$
2	$\sigma = 1,026s$	$\sigma = 1s$	$\sigma = 1,0s$	-
3	$\sigma = 100m$	$\sigma = 10^2m$	$\sigma = 1,0 \times 10^2m$	$\sigma = 0,10km$
4	$\sigma = 2,31kg$	$\sigma = 2kg$	$\sigma = 2,3kg$	-
5	$\sigma = 2,78cm$	$\sigma = 3cm$	$\sigma = 2,8cm$	$\sigma = 28mm$
6	$\sigma = 3,49m$		$\sigma = 3,5m$	$\sigma = 3m$
7	$\sigma = 3,51m$		$\sigma = 3,5m$	$\sigma = 4m$
8	$\sigma = 4,413N$	$\sigma = 4,41N$	$\sigma = 4,4N$	$\sigma = 4N$
9	$\sigma = 0,00504m$		$\sigma = 0,0050m$	$\sigma = 0,005m$
10	$\sigma = 6,66mm$		$\sigma = 6,7mm$	$\sigma = 7mm$
11	$\sigma = 800m$		$\sigma = 8,0 \times 10^2m$	$\sigma = 8 \times 10^2m$
12	$\sigma = 0,09511kg$		$\sigma = 0,095kg$	$\sigma = 0,10kg$

VALOR MÉDIO E DESVIO PADRÃO

Se tomarmos uma grandeza x e repeti-la n vezes, os resultados, em geral, poderão ser diferentes. O valor que mais se aproxima das diferentes medidas é valor médio, que é definido por

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n}$$

A incerteza associada ao valor médio, em geral, é menor que a incerteza em cada um dos resultados.

Obs.: Para que o valor médio tenda ao valor médio verdadeiro, as medições de um mesmo mensurando deverão ser repetidas pelo mesmo experimentador, com os mesmos instrumentos e nas mesmas condições ambientais.

DESVIO PADRÃO PARA N MEDIÇÕES



O desvio relativo d_i de um resultado x_i é definido por

$$d_i = x_i - x_{mv}.$$

Como o valor médio verdadeiro x_{mv} é desconhecido, então d_i também é desconhecido. Assim, devemos substituir x_{mv} por $\bar{x}$.

A média dos desvios $\bar{d}$ é dada por

$$\bar{d} = \bar{x} - x_{mv}.$$

Quando $\bar{x}$ se aproxima de x_{mv} , a média dos desvios tende a zero, ou seja, quando o número de medições é muito grande. Por isso, esta não é muito útil.

Em um processo de medição a variância é definida por

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{mv})^2.$$

Isto é, a média dos quadrados dos desvios, quando número de medições tende ao infinito, representa a variância e a raiz quadrada desta o desvio padrão.

Obs.: As definições de variância e desvio padrão, devido envolverem o valor médio verdadeiro, não têm interesse prático, pois esse é desconhecido.

Nota: Por causa dos erros estatísticos, a medida de dispersão é definida como a quantidade que indica quanto os resultados x_i se dispersam (ou se espalham) em relação a x_{mv} .

DESVIO PADRÃO EXPERIMENTAL

O desvio padrão do conjunto de n medições de uma amostra é dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

ou seja,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}.$$

Na próxima seção veremos na prática como calcular o desvio padrão.

INCERTEZA SISTEMÁTICA RESIDUAL

Para se obter a incerteza sistemática residual σ_r^2 é muito difícil e não há método padrão para obtê-la, a não ser o bom senso.

Geralmente, o que se faz na prática é analisar a acurácia do instrumento e o processo de medição

cuidadosamente para podermos estimar um limite de erro L_r correspondentes aos erros sistemáticos residuais e fazer uma hipótese. Veja a Tabela 3 um resumo das relações gerais.

Tabela 3. Relações gerais para L_r .

	Dist. Gaussiana (95% de confiança)	Dist. Gaussiana (99% de confiança)
L_r	$\approx 2 \sigma_r$	$\approx 3 \sigma_r$

Tabela 3. Intervalo de confiança.

Intervalo	Fator de confiança	Probabilidade
$[-\sigma, +\sigma]$	$\alpha=0,683$	68,3%
$[-2\sigma, +2\sigma]$	$\alpha=0,954$	95,4%
$[-3\sigma, +3\sigma]$	$\alpha=0,997$	99,7%

EXEMPLO RESOLVIDO

Exemplo 1. Medição do período de um pêndulo com um cronômetro.

O tempo Δt para 10 oscilações de um pêndulo simples foi medido 7 vezes, usando um cronômetro digital. Os resultados das leituras Δt_i estão na Tabela 4, junto com os resultados $T_i = \Delta t / 10$ para o período T do pêndulo.

Tabela 4. Leituras Δt_i e valores obtidos T_i .

i	1	2	3	4	5	6	7
Δt_i (s)	32,7 5	32,4 0	29,8 2	30,2 2	31,5 7	31,5 9	30,02
T_i (s)	3,27 5	3,24 0	2,98 2	3,02 2	3,15 7	3,15 9	3,002

Passo 1: calcular o valor médio dos 7 resultados

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^7 T_i}{7}$$

$$\bar{T} = \frac{3,275 + 3,240 + 2,982 + 3,022 + 3,157 + 3,159 + 3,002}{7}$$

$$\bar{T} = 3,1196 \text{ s}$$

Obs.: se o cronômetro, por exemplo, "atrasa" 20 segundos em 1 hora. Então, devemos corrigir a média da seguinte forma

$$\bar{T} = \frac{3600}{3580} 3,1196 \text{ s} = 3,1383 \text{ s}$$

Passo 2: calcular o quadrado da soma dos 7 resultados



$$\bar{T} = 3,275^2 + 3,240^2 + 2,982^2 + 3,022^2 + 3,157^2 + 3,159^2 + 3,002^2$$

$$\bar{T} = 68,206$$

Passo 3: calcular o desvio padrão

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n T_i^2 - \frac{n}{n-1} \bar{T}^2 = \left(\frac{68,206}{6} - \frac{7}{6} 9,7319 \right) s^2$$

$$\sigma^2 = 0,01390 s^2$$

Passo 4: calcular a melhor estimativa para o desvio padrão das medições

$$\sigma = \sqrt{0,01390 s^2} = 0,12 s$$

Passo 4: calcular o desvio padrão médio

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,12}{\sqrt{7}} s = 0,045 s$$

Passo 5: calcular o desvio padrão residual, devido ao nosso tempo de reação, por aproximadamente, da ordem de 0,1 s, em período de 10 oscilações o limite de erro total é de 0,5 s. Assim, $T = \Delta t / 10$, $L_r = 0,05 s$.

$$\sigma_r \simeq L_r / 2 = 0,025.$$

Passo 6: por último, calcular a incerteza padrão

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} = 0,052 s.$$

Obs.: σ_p está de acordo com a *Bureau International de Poids and Mesures* (BIPM).

Passo 7: Escrever na notação científica

$$\bar{T} = (3,138 \pm 0,052) s$$

ou

$$\bar{T} = (3,14 \pm 0,05) s.$$

Obs.: só podemos escrever dessa forma devido ao conhecimento do erro sistemático associado ao tempo e reação humana. Se este não for conhecido, então devemos escrever usando o desvio padrão médio, da seguinte maneira

$$\bar{T} = (3,138 \pm 0,045) s$$

ou

$$\bar{T} = (3,14 \pm 0,05) s.$$

Exemplo 2. Resultados das medições para a força eletromotriz.

A força eletromotriz de uma pilha foi medida 6 vezes, com um voltímetro digital, obtendo-se os resultados mostrados na Tabela 4. A acurácia do voltímetro na

escala utilizada é melhor que 0,5%, conforme a indicação fornecida pelo fabricante no manual do instrumento.

Tabela 4. Resultados das medições para a força eletromotriz.

i	1	2	3	4	5	6
$V_i(\text{Volt})$	1,572	1,568	1,586	1,573	1,578	1,581

Passo 1: valor médio

$$\bar{V} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 V_i = 1,5763 V$$

Passo 2: desvio padrão das medidas

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (V_i - \bar{V})^2} = 0,0066 V.$$

Passo 3: desvio padrão médio (erro padrão)

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{6}} = 0,0027 V.$$

Passo 4: Limite de erro sistemático

Atenção! O fabricante já informou que a acurácia do voltímetro na escala utilizada é melhor que 0,5%.

Essa informação nos diz que pode existir erro sistemático de até 0,5% no valor médio, isto é, o limite de erro sistemático, conforme a Tabela 2, é

$$L_r = \frac{0,5}{100} 1,5763 V = 0,0080 V.$$

Obs.: Com frequência, a primeira expressão da Tabela 2 é usada como regra geral.

Passo 5: Cálculo do erro residual

Conforme a Tabela 2, o erro residual pode ser calculado por

$$\sigma_r = \frac{L_r}{2} = 0,0040 V.$$

Passo 6: Incerteza padrão

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_r^2} = 0,0048 V.$$

Passo 7: Escrever na notação científica

$$\bar{V} = (1,5763 \pm 0,0048) V,$$

ou

$$\bar{V} = (1,576 \pm 0,005) V.$$

PROPAGAÇÃO DE ERROS

Considere o volume de uma esfera, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Envolve multiplicação de raio três vezes. A medida do raio tem algum erro, então qual será o erro no cálculo do volume da esfera? O erro no resultado final depende da medição individual, bem como das operações matemáticas envolvidas no cálculo do resultado. As regras a seguir são usadas para avaliar o erro máximo possível em qualquer quantidade calculada.

ERRO NA ADIÇÃO

Seja $Z = X + Y$. Suponha que $\pm\Delta X$ sejam erros absolutos em X e $\pm\Delta Y$ seja o erro absoluto em Y , então temos

$$\begin{aligned} Z + \Delta Z &= (X \pm \Delta x) + (Y \pm \Delta y) \\ &= (X + Y) \pm (\Delta x + \Delta y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= (Z + \Delta z) - Z \\ &= \pm(\Delta x + \Delta y) \end{aligned}$$

Nota: O valor máximo de Δx ou Δy pode ser a menor contagem do instrumento usado.

Exemplo: $x = 2.20$ cm, Δx será 0.01 cm.

ERRO NA SUBTRAÇÃO

$$Z = X - Y$$

$$Z + \Delta z = (X \pm \Delta x) - (Y \pm \Delta y)$$

$$= (X - Y) \pm (\Delta x \mp \Delta y)$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= (Z + \Delta z) - Z \\ &= \pm(\Delta x \mp \Delta y) \end{aligned}$$

ERRO NO PRODUTO

Seja

$$Z = XY$$

$$Z + \Delta z = (X \pm \Delta x)(Y \pm \Delta y)$$

$$= XY \pm \Delta x Y \pm X \Delta y \pm \Delta x \Delta y$$

$$\therefore \Delta z = (Z + \Delta z) - Z$$

$$= \pm(\Delta x Y + X \Delta y) \pm \Delta x \Delta y$$

Se Δx e Δy são ambos pequenos, o produto deles será muito pequeno, portanto, podemos desprezá-lo.

$$\therefore \Delta z = \pm(\Delta x Y + X \Delta y)$$

O erro fracionário máximo em Z ,

$$\frac{\Delta z}{Z} = \pm \left[\frac{\Delta x}{X} + \frac{\Delta y}{Y} \right]$$

e o erro percentual máximo em Z ,

$$\frac{\Delta z}{Z} \times 100 = \pm \left[\frac{\Delta x}{X} + \frac{\Delta y}{Y} \right] \times 100$$

REGRA: O erro fracionário máximo no produto é igual à soma dos erros fracionários nas quantidades individuais.

Nota: O produto $\Delta x \Delta y$ não pode ser desprezado se os erros em x e y forem da ordem de 10% ou mais. O produto pode ser desprezado se o erro em x e y for 1% ou pouco mais do que isso (digamos 2 a 3%).

ERRO NA DIVISÃO

Seja

$$Z = \frac{X}{Y}$$

Então

$$Z + \Delta z = \frac{X \pm \Delta x}{Y \pm \Delta y}$$

$$= \frac{X \left(1 \pm \frac{\Delta x}{X}\right)}{Y \left(1 \pm \frac{\Delta y}{Y}\right)}$$

$$= \frac{X}{Y} \left(1 \pm \frac{\Delta x}{X}\right) \left(1 \pm \frac{\Delta y}{Y}\right)^{-1}$$

$$= \frac{X}{Y} \left(1 \pm \frac{\Delta x}{X}\right) \left(1 \mp \frac{\Delta y}{Y}\right)$$

ou

$$Z + \Delta z = Z \left(1 \pm \frac{\Delta x}{X}\right) \left(1 \mp \frac{\Delta y}{Y}\right)$$

$$1 + \frac{\Delta z}{Z} = \left(1 \pm \frac{\Delta x}{X}\right) \left(1 \mp \frac{\Delta y}{Y}\right)$$

$$= 1 \pm \frac{\Delta x}{X} \mp \frac{\Delta y}{Y} \pm \frac{\Delta x \Delta y}{X Y}$$

Como os termos $\frac{\Delta x}{X}$ e $\frac{\Delta y}{Y}$ são pequenos, o produto deles pode ser desprezado. O erro fracionário máximo é dado por

$$\frac{\Delta z}{Z} = \pm \left(\frac{\Delta x}{X} + \frac{\Delta y}{Y} \right)$$

E o erro percentual máximo possível em Z ,

$$\frac{\Delta z}{Z} \cdot 100 = \pm \left(\frac{\Delta x}{X} + \frac{\Delta y}{Y} \right) \cdot 100$$

REGRA: O erro fracionário máximo no quociente é igual à soma de seus erros fracionários individuais.

ERRO NA POTÊNCIA

Seja

$$\begin{aligned} Z &= X^n \\ Z + \Delta Z &= (X \pm \Delta x)^n \\ &= X^n \left(1 \pm \frac{\Delta x}{X}\right)^n \\ &\simeq Z \left(1 \pm n \frac{\Delta x}{X}\right) \end{aligned}$$

ou

$$\frac{Z + \Delta Z}{Z} = \left(1 \pm n \frac{\Delta x}{X}\right)$$

ou

$$\begin{aligned} 1 + \frac{\Delta Z}{Z} &= 1 \pm n \frac{\Delta x}{X} \\ \therefore \frac{\Delta Z}{Z} &= \pm n \frac{\Delta x}{X} \end{aligned}$$

Erro percentual máximo em Z

$$\frac{\Delta Z}{Z} \times 100 = \pm n \left(\frac{\Delta x}{X} \times 100\right)$$

REGRA: O erro fracionário em uma quantidade elevada à potência n é n vezes o erro fracionário nessa quantidade.

EXERCÍCIOS

1. Três estudantes A, B e C aferiram o comprimento de uma haste, onde os valores encontrados estão na tabela abaixo.

Estudante	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4
A	2.25 cm	2.27 cm	2.26 cm	2.26 cm
B	2.252 cm	2.250 cm	2.251 cm	2.251 cm
C	2.250 cm	2.250 cm	2.251 cm	2.250 cm

Sabendo que o comprimento da haste é 2.250 cm. (a) comente sobre a precisão e sobre acurácia de cada um dos estudantes e (b) diga qual o desvio padrão associado a cada medida?

2. Em medições sucessivas, as leituras do período de oscilação de um pêndulo simples foram encontradas como 2,63 s, 2,56 s, 2,42 s, 2,71 s e 2,80 s em um experimento. Calcule

- valor médio do período de oscilação
- erro absoluto em cada medição
- erro absoluto médio
- erro relativo
- erro percentual em T e exprima o resultado na forma adequada.

3. Um corpo percorre uniformemente uma distância de $(13,8 \pm 0,2)$ m em um tempo $(4,0 \pm 0,3)$ s. Calcule sua velocidade com limites de erro. Qual é o erro percentual na velocidade?

4. O comprimento, a largura e a altura de um bloco retangular de madeira foram medidas como:

$$\begin{aligned} l &= 12,13 \pm 0,02 \text{ cm}; b = 8,16 \pm 0,01 \text{ cm}; \\ h &= 3,46 \pm 0,01 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Determine o erro percentual no volume do bloco.

5. (IIT-JEE) O período de oscilação de um pêndulo simples é $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$. O valor medido de L é 20 cm, conhecido com exatidão de 1 mm, e o tempo para 100 oscilações do pêndulo é encontrado como 90 s usando um relógio de pulso com resolução de 1 s. Qual é a exatidão na determinação de g ?

6. As temperaturas inicial e final de um banho-maria são $(18 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ e $(40 \pm 0,3)^\circ\text{C}$. Qual é o aumento de temperatura do banho?

7. Em uma prática de laboratório obtém-se o grupo de medições que aparece na tabela a seguir. Com esta informação, determinar:

- O valor médio provável
- O erro médio provável
- O erro quadrático médio
- O erro percentual
- Expressar o resultado da medição utilizando o erro médio provável e o erro quadrático médio

Tabela:



i	X_i	$ X_i - \bar{X} $	$(X_i - \bar{X})^2$
	cm	cm	cm ²
1	18,4	0,05	0,002 5
2	18,3	0,05	0,002 5
3	18,5	0,15	0,022 5
4	18,1	0,25	0,062 5
5	18,2	0,15	0,022 5
6	18,6	0,25	0,062 5
Σ :	110,1	0,9	0,175 0

GABARITO

1.

A: Não é preciso e nem acurado

B: Preciso

C: Preciso e acurado

Estudante	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Medida 4
A	2,250	2,27	2,260	2,260
B	2,252	2,25	2,251	2,251
C	2,250	2,25	2,251	2,250

	A	B	C
Média	2,260	2,252	2,250
Desvio padrão	0,008	0,001	0,001
Desv. Quad.	20,431	20,282	20,255
Erro padrão	0,004	0,001	0,001

A = (2,260 ± 0,004) cm

B = (2,252 ± 0,001) cm

C = (2,250 ± 0,001) cm

2. Solução

a) O período médio de oscilação,

$$\bar{T} = \frac{2,63 + 2,56 + 2,42 + 2,71 + 2,80}{5}$$

$$= 2,62 \text{ s}$$

b) Os erros absolutos nas diferentes medições são:

$$\Delta T_1 = \bar{T} - T_1$$

$$\Delta T_1 = 2,62 - 2,63 = -0,01 \text{ s}$$

$$\Delta T_2 = 2,62 - 2,56 = 0,06 \text{ s}$$

$$\Delta T_3 = 2,62 - 2,42 = 0,20 \text{ s}$$

$$\Delta T_4 = 2,62 - 2,71 = -0,09 \text{ s}$$

$$\Delta T_5 = 2,62 - 2,80 = -0,18 \text{ s}$$

c) Erro absoluto médio

é

$$\text{Erro absoluto médio} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta T_i$$

$$\Delta \bar{T} = \frac{|\Delta T_1| + |\Delta T_2| + |\Delta T_3| + |\Delta T_4| + |\Delta T_5|}{5}$$

$$\Delta \bar{T} = \frac{0,01 + 0,06 + 0,20 + 0,09 + 0,18}{5}$$

$$\Delta \bar{T} = 0,11 \text{ s}$$

d) Erro relativo,

$$\frac{\Delta \bar{T}}{\bar{T}} = \frac{0,11}{2,62} = 0,04$$

e) Erro percentual em T

$$= \frac{\Delta \bar{T}}{\bar{T}} \times 100$$

$$= 0,04 \times 100$$

$$= 4\%$$

Portanto, o resultado pode ser expresso como

$$T = (2,62 \pm 4\%)$$

3. Solução

Aqui $s = (13,8 \pm 0,2)\text{m}$

$$t = (4,0 \pm 0,3)\text{s}$$

Velocidade,

$$v = \frac{s}{t} = \frac{13,8}{4,0} = 3,45 \text{ m/s}$$

$$= 3,5 \text{ m/s (arredondando para duas casas)}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \pm \left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t}{t} \right) = \pm \left(\frac{0,2}{13,8} + \frac{0,3}{4,0} \right) = \pm \frac{(0,8 + 4,14)}{13,8 \times 4,0}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \pm \frac{4,94}{13,8 \times 4,0} = \pm 0,0895$$

$$\Delta v = \pm 0,0895 \times v = \pm 0,0895 \times 3,45$$

$$= \pm 0,3087 \approx \pm 0,31 \text{ (arredondando)}$$

Logo,

$$v = (3,5 \pm 0,31) \text{ m/s}$$

Erro percentual na velocidade

$$= \frac{\Delta v}{v} \times 100$$

$$= \pm 0.0895 \times 100 = \pm 8.95\% = \pm 9\%$$

4. Solução

Volume do bloco,

$$V = lbh$$

O erro percentual no volume é dado por

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{V} \times 100 &= \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h} \right) \times 100 \\ &= \left(\frac{0,02}{12,13} + \frac{0,01}{8,16} + \frac{0,01}{3,46} \right) \times 100 \\ &= \frac{200}{1213} + \frac{100}{816} + \frac{100}{346} \end{aligned}$$

$$= 0,1649 + 0,1225 + 0,2890 = 0,58\% \text{ Resp.}$$

Arredondado para 2 algarismos significativos

5. Solução

$$\text{Como } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} \text{ ou } g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Portanto,

$$\therefore \frac{\Delta g}{g} \times 100 = \frac{\Delta L}{L} \times 100 + 2 \times \frac{\Delta T}{T} \times 100$$

Agora,

$$L = 20,0 \text{ cm}, \Delta L = 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm}, T \text{ para } 100 \text{ oscilações} = 90 \text{ s}, \Delta T = 1 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\Delta g}{g} \times 100 &= \frac{0,1}{20,0} \times 100 + 2 \times \frac{1}{90} \times 100 \\ &= 0,5 + 2,22 = 2,72\% = 3\% \end{aligned}$$

6. Solução

Aumento de temperatura

$$= \text{Temperatura final} - \text{Temperatura inicial}$$

$$\begin{aligned} &= (40 \pm 0,3) - (18 \pm 0,5) \\ &= (40 - 18) \pm (0,3 + 0,5) \\ &= (22 \pm 0,8)^\circ \text{C. Resp.} \end{aligned}$$

7.a)

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{110,1}{6}$$

$$\bar{X} = 18,35 \text{ cm}$$

b) Para as desvios:

$$|X_i - \bar{X}|$$

$$|18,4 - 18,35| = |0,05| = 0,05 \text{ cm}$$

$$|18,3 - 18,35| = |-0,05| = 0,05 \text{ cm}$$

$$|18,5 - 18,35| = |0,15| = 0,15 \text{ cm}$$

$$|18,1 - 18,35| = |-0,25| = 0,25 \text{ cm}$$

$$|18,2 - 18,35| = |-0,05| = 0,05 \text{ cm}$$

$$|18,6 - 18,35| = |0,25| = 0,25 \text{ cm}$$

Para o erro médio provável:

$$\bar{e}_x = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

$$\bar{e}_x = \frac{0,90}{6}$$

$$\bar{e}_x = 0,15 \text{ cm}$$

c)

$$e_{cx} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$e_{cx} = \sqrt{\frac{0,1750}{6 - 1}}$$

$$e_{cx} = 0,187 \text{ cm}$$

d)

$$\varepsilon_x = \frac{\bar{e}_x}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

$$\varepsilon_x = \frac{0,15 \text{ cm}}{18,35 \text{ cm}} \cdot 100$$

$$\varepsilon_x = 0,82 \%$$

e) Com o erro médio provável:

$$X = (\bar{X} \pm \bar{e}_x)$$

$$X = (18,35 \pm 0,15) \text{ cm}$$

$$X = (18,20 \dots 18,35 \dots 18,50) \text{ cm}$$

• Com o erro quadrático médio:

$$X = (\bar{X} \pm \bar{e}_x)$$

$$X = (18,35 \pm 0,187) \text{ cm}$$

$$X = (18,163 \dots 18,35 \dots 18,537) \text{ cm}$$

CAPÍTULO 2 - Análise Dimensional

Introdução

Por meio da análise dimensional verificam-se as possíveis relações entre as grandezas envolvidas num determinado fenômeno.

Além disso, estabelecida experimentalmente uma fórmula matemática, que traduz uma dada lei física, a análise dimensional permite-nos constatar a coerência dessa fórmula: deve existir identidade entre as equações dimensionais dos dois membros.

A análise dimensional permite que se faça a previsão de fórmulas que sintetizam as relações entre grandezas que fazem parte de um fenômeno físico.

Na física um dos principais conceitos é a de unidades de medida, que nos permite diferenciar medidas de diferentes grandezas de formas diferente. Podemos diferenciar claramente duas medidas sabendo apenas as unidades com por exemplo: o professor chega na sala de aula e fala "50 minutos" todos as pessoas que escutam essa frase vai entender que de alguma forma a frase está ligada a medida de tempo. Este conceito é de fundamental importância para o desenvolvimento da Física como ciência. Uma grandeza física pode estar associada a uma unidade de medida. **Grandezas primitivas** (são grandezas que não dependem de outra grandeza) para estudamos a dimensão de uma unidade são:

Na mecânica:

Massa = M

Tempo = T

Comprimento L

Na termologia:

Temperatura = θ

Na eletricidade:

Corrente elétrica* = I

obs.: mesmo o conceito de corrente elétrica tendo a definição de quantidade de carga que passa em uma determinada seção transversal por unidade de tempo, que nos leva a pensar que a unidade primitiva deveria ser a carga elétrica, mas como é muito mais simples medir a corrente elétrica que a carga elétrica se convencionou que a corrente elétrica seria a grandeza primitiva da eletricidade.

Adotamos como grandezas fundamentais a massa (M), comprimento (L) e tempo (T), a temperatura (θ), a intensidade da corrente elétrica (I), a quantidade de matéria (N) e a intensidade luminosa (J). Qualquer outra grandeza **G** pode ser expressa em função de M,



L, T, θ , I, N e J elevados a expoentes α , β , γ , ρ , p , q , r convenientes. Desse modo, obtemos a equação dimensional de G, que é indicada por [G] e dada por:

$$[G] = M^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot T^{\gamma} \cdot \theta^{\rho} \cdot I^p \cdot N^q \cdot J^r$$

Os expoentes α , β , γ , ρ , p , q , r são as dimensões da grandeza G em relação a M, L, T, θ , I, N e J, respectivamente.

Exemplo1: Determine a dimensão das principais quantidades físicas derivadas.

1. [área] = L^2
2. [volume] = $[A \cdot h] = L^3$
3. [densidade] = $[m/V] = M L^{-3}$
4. [velocidade] = $[d/t] = L T^{-1}$
5. [aceleração] = $[\Delta v/t] = L T^{-2}$
6. [força] - $[m \cdot a] = M L T^{-2}$
7. [trabalho] = $[F \cdot d] = M L^2 T^{-2}$
8. [potência] - $[F \cdot d/t] = M L^2 T^{-3}$
9. [energia] = $[m \cdot c^2] = M L^2 T^{-2}$
10. [pressão] = $[F/A] = M L^{-1} T^{-2}$
11. [velocidade angular] = $[\theta/t] = T^{-1}$
12. [período] = $[t] = T$
13. [frequência] = T^{-1}

Exemplo2: A fórmula física a seguir é uma fórmula física correta: $KF = mv$; onde, m: massa; F: força; v: velocidade. Determine que grandeza representa K.

Resolução do professor Laerte:

$$\begin{aligned} [KF] &= [m \cdot v] \\ [K][F] &= [m][v] \\ [K] L M T^{-2} &= M L T^{-1} \\ [K] &= T \end{aligned}$$

Logo, K representa tempo.

Homogeneidade das equações físicas

Considere uma equação envolvendo três grandezas físicas, A, B e C, dada por:

$$A = B + C$$

Note que a soma de B com C só é possível se B e C tiverem as mesmas dimensões, e a soma A obtida também. Portanto, os dois membros da equação $A = B + C$ devem ter as mesmas dimensões. Trata-se da homogeneidade das equações físicas.

Exemplo3: Considere a equação

$$s = s_0 + vt.$$

A dimensão de s, assim como cada termo do lado direito da equação, tem a dimensão de comprimento L. Logo, a dimensão de vt, é L.

$$[vt] = [v] \cdot [t] = L T^{-1} \cdot T \Rightarrow [vt] = L$$

Assim, s, s_0 e vt têm mesma dimensão em relação a L e seus valores deverão ser expressos numa mesma unidade, como o metro.

Previsão de fórmulas. Teorema de Bridgman

Vamos supor que um cientista descobre, realizando experiências, que uma grandeza física G depende de outras grandezas físicas A, B, C..., independentes entre si.

O teorema de Bridgman afirma que a grandeza G pode ser expressa como sendo o produto de uma constante adimensional K pelas potências das grandezas A, B, C...

$$[G] = A^{\alpha} \cdot B^{\beta} \cdot C^{\gamma} \dots$$

A determinação dos expoentes α , β , γ ... é feita por meio da análise dimensional. Porém, a constante K não pode ser determinada por análise dimensional, e sim por meio de experiências ou de considerações teóricas.

Exemplo4: Realizando experiências, um aluno descobre que o período de oscilação t de um pêndulo depende da massa m da esfera pendular, do comprimento c do pêndulo e da aceleração local g da gravidade. Supondo que t seja dado por $t = K \cdot m^{\alpha} \cdot l^{\beta} \cdot g^{\gamma}$, em que K é uma constante adimensional, podemos determinar α , β e γ . Dados:

$$\begin{aligned} [t] &= M^0 L^0 T^1; \\ [m] &= M L^0 T^0; \\ [l] &= M^0 L^1 T^0; \\ [g] &= M^0 L T^{-2} \end{aligned}$$

, temos:

$$\begin{aligned} M^0 L^0 T &= (M L^0 T^0)^{\alpha} \cdot (M^0 L T^0)^{\beta} \\ &\quad \cdot (M^0 L T^{-2})^{\gamma} \Rightarrow \\ &\Rightarrow M^0 L^0 T = M^{\alpha} L^{\beta + \gamma} T^{-2\gamma} \end{aligned}$$

Identificando os expoentes, temos:

$$\alpha = 0, \beta + \gamma = 0 \text{ e } -2\gamma = 1$$

Logo:

$$\alpha = 0, \gamma = -\frac{1}{2} \text{ e } \beta = +\frac{1}{2}$$

Assim, temos:

$$\begin{aligned} t &= K \cdot m^{\alpha} \cdot l^{\beta} \cdot g^{\gamma} \Rightarrow \\ \Rightarrow t &= K \cdot m^0 \cdot l^{\frac{1}{2}} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$t = k \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

A equação mostra que o período não depende da massa da esfera pendular. A constante K pode ser determinada por meio de considerações teóricas, encontrando-se $K = 2\pi$. Desse modo, temos:



$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Exemplo5: Verifique a homogeneidade das equações abaixo, isto é, prove que o primeiro membro e o segundo têm as mesmas dimensões para cada equação.

a) $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$, em que s: espaço; a: aceleração e t: tempo

b) $P_{ot} = U \cdot i$, em que Pot: potência; U: tensão elétrica e i: intensidade da corrente elétrica

Resolução:

a) $[s] = M^0 L T^0$

$[a t^2] = [a] \cdot [t^2] = M^0 L T^{-2} \cdot T \cdot T = M^0 L T^0$

b) $[U i] = [U] \cdot [i] = M L^2 T^{-3} I^{-1} \cdot I = M L^2 T^{-3}$

Exemplo6: Num movimento oscilatório, a abscissa x da partícula varia com o tempo t de acordo com a fórmula

$$x = a + b \cdot \cos(ct)$$

Quais são as unidades, no Sistema Internacional, de x, t e dos parâmetros a, b e c?

Resolução: A unidade de x é o metro (m). Logo, as unidades de a e b são também o metro. Observe que o cosseno é adimensional. O produto ct é também adimensional. Logo, a unidade de c é o inverso da unidade de t, que é o segundo (s). Assim, a unidade de c é o inverso do segundo: s⁻¹.

Exemplo 7: A velocidade v de propagação de um certo fenômeno ondulatório é dada por

$$v = d^\alpha \cdot p^\beta$$

em que d é uma densidade e p uma pressão. Determine os expoentes α e β.

Resolução:

De $v = d^\alpha \cdot p^\beta$, temos: $[v] = [d]^\alpha \cdot [p]^\beta \Rightarrow$

$$M^0 L T^{-1} = (M L^{-3})^\alpha \cdot (M L^{-1} T^{-2})^\beta$$

$$\Rightarrow M^0 L T^{-1} = M^{\alpha+\beta} L^{-3\alpha-\beta} T^{-2\beta}$$

Identificando os expoentes, temos:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -3\alpha - \beta = 1 \\ -2\beta = -1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$\beta = \frac{1}{2} \text{ e } \alpha = -\frac{1}{2}$$

Exemplo: Um bloco de massa m preso a uma mola de constante elástica k realiza um movimento harmônico simples. O período t do MHS é dado por

$$t = C \cdot m^\alpha \cdot k^\beta$$

em que $C = 2\pi$ é uma constante adimensional. Determine os α e β e escreva a fórmula do período.

Resolução:

De $t = C \cdot m^\alpha \cdot k^\beta$, temos:

$$\begin{aligned} [t] &= [m]^\alpha \cdot [k]^\beta \cdot M^0 L^0 T \\ &= M^\alpha \cdot (M T^{-2})^\beta \\ &\Rightarrow M^0 L^0 T = M^{\alpha+\beta} L^0 T^{-2\beta} \end{aligned}$$

Identificando os expoentes, temos:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -2\beta = 1 \end{cases}$$

$$\beta = -\frac{1}{2} \text{ e } \alpha = \frac{1}{2}$$

A fórmula do período será:

$$t = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Observe que neste caso, o período depende do valor da massa m.

Exemplo: Num determinado processo físico, a quantidade de calor Q transferida por convecção é dada por:

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

onde h é uma constante, Q é expresso em joules (J), A em metros quadrados (m²), ΔT em kelvins (K) e Δt em segundos (s), que são unidades do Sistema Internacional (SI).

a) Expresse a unidade da grandeza h em termos das unidades do SI que aparecem no enunciado.

b) Expresse a unidade de h usando apenas as unidades kg, s e K, que pertencem ao conjunto das unidades de base do SI.

Resolução:

a)

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t \Rightarrow h = \frac{Q}{A \cdot \Delta T \cdot \Delta t}$$

Assim, a unidade de h em termos das unidades do SI que aparecem no enunciado é: J/m² · K · s

b) Sendo J = kg·m²/s², temos para a unidade de h:



$$h: \frac{kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}{m^2 \cdot K \cdot s} = \frac{kg}{K \cdot s^3}$$

Exemplo: (IME-RJ) Suponha que o módulo da velocidade v de propagação de uma onda sonora dependa somente da pressão p e da massa específica do meio μ , de acordo com a fórmula

$$v = p^x \cdot \mu^y.$$

Use a análise dimensional para determinar a expressão do módulo da velocidade do som, sabendo-se que a constante adimensional vale 1.

Resolução:

$$v = p^x \cdot \mu^y \Rightarrow [v] = [p]^x \cdot [\mu]^y$$

$$\Rightarrow M^0 L T^{-1} = (M L^{-1} T^{-2})^x \cdot (M L^{-3})^y$$

$$\Rightarrow M^0 L T^{-1} = M^{x+y} L^{-x-3y} T^{-2x}$$

Então, temos:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ -x - 3y = 1 \\ -1 = -2x \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{2} + y = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{p}{\mu}}$$

Exemplo: Leia com atenção o seguinte trecho extraído do livro Pensando a Física, do prof. Mário Schenberg:

“Há na Física uma coisa muito misteriosa que é o chamado comprimento de Planck. É muito curioso saber que quando Planck descobriu a constante h , percebeu que, com a constante h , com a constante gravitacional (G) e com a velocidade da luz (c), podia-se formar um comprimento. Esse comprimento é extremamente pequeno, na ordem de 10^{-33} cm. Hoje se compreende que esse comprimento deve ser importante para a compreensão da origem do universo. Esse número deve estar ligado ao que há de mais fundamental na Física.”

Responda agora à seguinte questão: Qual é a possível combinação das constantes h , G e c que forma o comprimento de Planck, de acordo com o texto acima?

São dados os seguintes valores no Sistema Internacional (SI):

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Resolução:

$$\ell = K \cdot h^\alpha \cdot G^\beta \cdot c^\gamma \Rightarrow [\ell] = [h]^\alpha \cdot [G]^\beta \cdot [c]^\gamma \quad (1)$$

$$[\ell] = M^0 L T^0$$

$$E = h \cdot f \Rightarrow h = E / f \Rightarrow [h] = [E] / [f]$$

$$[h] = \frac{M L^2 T^{-2}}{T^{-1}} \Rightarrow [h] = M L^2 T^{-1}$$

$$[G] = \frac{[F] \cdot [d]^2}{[m_1] \cdot [m_2]} \Rightarrow [G] = \frac{M L T^{-2} \cdot L^2}{M^2}$$

$$[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}$$

$$[c] = M^0 L T^{-1}$$

Substituindo $[\ell]$, $[h]$, $[G]$ e $[c]$ em (1), temos:

$$M^0 L T^0 = (M L^2 T^{-1})^\alpha \cdot (M^{-1} L^3 T^{-2})^\beta \cdot (L T^{-1})^\gamma$$

$$M^0 L T^0 = M^{\alpha-\beta} L^{2\alpha+3\beta+\gamma} T^{-\alpha-2\beta-\gamma}$$

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 0 \\ 2\alpha + 3\beta + \gamma = 1 \\ -\alpha - 2\beta - \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2} \text{ e } \gamma = -\frac{3}{2}$$

Portanto:

$$\ell = K \cdot h^{\frac{1}{2}} \cdot G^{\frac{1}{2}} \cdot c^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow$$

$$\ell = K \cdot \sqrt{\frac{h \cdot G}{c^3}}$$

Exercícios do Capítulo 2

1. (Ita 2022) Em 2019, no 144º aniversário da Convenção do Metro, as unidades básicas do SI foram redefinidas pelo Escritório Internacional de Pesos e Medidas (BIPM). A seguir, são feitas algumas afirmações sobre as modificações introduzidas pela redefinição de 2019.

- São apenas sete as constantes da natureza definidas como exatas, a saber: a velocidade da luz (c), a frequência de transição de estrutura hiper fina do Césio-133 ($\Delta\nu_{\text{Cs}}$), a constante de Planck (h), a carga elementar (e), a constante de Boltzmann (k_B), o número de Avogadro (N_A) e a eficácia luminosa da radiação monocromática na frequência de 540 THz (K_{cd}).
- São apenas seis as constantes da natureza



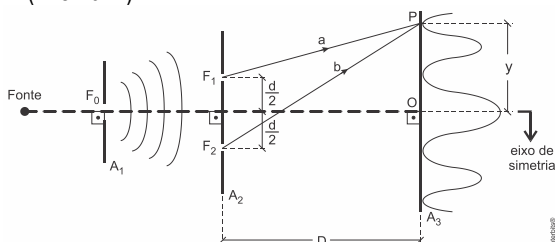
definidas como exatas, a saber: a velocidade da luz (c), a constante de Planck (h), a carga elementar (e), a constante de Boltzmann (k_B), o número de Avogadro (N_A) e a eficácia luminosa da radiação monocromática na frequência de 653 THz (K_{cd}).

4. O protótipo de platina e irídio, conservado como padrão do kg, tornou-se obsoleto e o quilograma passou a ser definido apenas em termos de constantes fundamentais exatas.
8. As sete unidades básicas na redefinição do SI são: segundo, metro, quilograma, coulomb, mol, Kelvin e candela.

Assinale a alternativa que contém a soma dos números correspondentes às afirmações verdadeiras.

- a) 2
- b) 5
- c) 8
- d) 10
- e) 13

2. (Ime 2021)



Na experiência de Thomas Young, também conhecida como experiência da fenda dupla, uma luz é difratada por uma fenda F_0 no anteparo A_1 . Em seguida, o feixe de ondas difratado é novamente difratado por outras duas fendas, F_1 e F_2 no anteparo A_2 , formando no anteparo A_3 um padrão de interferência constituído por franjas claras (interferência construtiva), alternadas por franjas escuras (interferência destrutiva), conforme mostra a figura. A distância y que separa as franjas (claras ou escuras) do ponto central O , vistas sobre o anteparo A_3 , pode ser definida em função da distância D entre os anteparos A_2 e A_3 , e da distância d entre as fendas F_1 e F_2 . Essa distância é dada pela equação:

$$y = \frac{n}{2d} D v^x f^z,$$

em que: n é o número de ordem da interferência; v é a frequência da luz que se propaga com velocidade v nos percursos ópticos a e b . Para que a equação seja dimensionalmente correta e para que os raios que partem de F_1 e F_2 atinjam o ponto P , os

valores de n , x e z são, respectivamente:

- a) 1, 1 e -1
- b) 1, 1 e 1
- c) 2, -1 e -1
- d) 3, 1 e 1
- e) 3, 1 e -1

3. (Ita 2021) O sistema de unidades atômicas de Hartree é bastante útil para a descrição de sistemas quânticos microscópicos. Nele, faz-se com que a carga fundamental e , a massa do elétron m_0 , a constante eletrostática do vácuo K_0 e a constante de

Planck reduzida $\hbar$ sejam todas numericamente iguais à unidade. Assinale a alternativa que contém a ordem de grandeza do valor numérico da velocidade da luz no vácuo C , nesse sistema de unidades.

- a) 10^0
- b) 10^2
- c) 10^4
- d) 10^6
- e) 10^8

4. (Ita 2020) Considere uma teoria na qual a força de interação entre duas "carga generalizadas" q_1 e q_2 em universos N -dimensionais é expressa por $F_e = q_1 q_2 / (\kappa r^{N-1})$, em que κ é uma constante característica do meio. A teoria também prevê uma força entre dois "polos generalizados" p_1 e p_2 expressada por $F_m = \frac{p_1 p_2}{(\mu r^{N-1})}$, na qual μ é outra constante característica do meio. Sabe-se ainda que um polo p pode interagir com a corrente de carga, i , gerando uma força $F = \frac{ip}{(r^{N-2})}$. Em todos os casos, r representa a distância entre os entes interagentes. Considerando as grandezas fundamentais massa, comprimento, tempo e corrente de carga, assinale a alternativa que corresponde à fórmula dimensional de $\kappa\mu$.

- a) $L^2 T^{-2}$
- b) $L^{-2} T^2$
- c) $L^{-2} T^{-2}$
- d) $L^{-1} N T^2$
- e) $L^{-2} T^{N-1}$

5. (Ime 2019) Considere as seguintes grandezas e suas dimensionais:

Calor específico – $[c]$

Coefficiente de dilatação térmica – $[\alpha]$

Constante eletrostática – $[k]$

Permeabilidade magnética – $[\mu]$

A alternativa que expressa uma grandeza

adimensional é:

- a) $[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]$
- b) $[c][\alpha]^{-1}[k]^{-1}[\mu]$
- c) $[c][\alpha]^{-1}[k][\mu]^{-1}$
- d) $[c][\alpha]^{-2}[k][\mu]^{-2}$
- e) $[c][\alpha]^{-2}[k]^{-1}[\mu]^{-2}$

6. (Ita 2019) Sejam T, P, V e ρ , respectivamente, a temperatura, a pressão, o volume e a densidade de massa de um meio gasoso no qual há propagação de ondas sonoras.

a) Supondo uma expressão empírica para a velocidade da onda sonora em um gás, $v_s = K T^a P^b V^c \rho^d$, em que K é um número real, determine os expoentes a, b, c e d .

b) Considere uma onda sonora que se propaga em um sistema composto por dois ambientes contendo, respectivamente, os gases neônio, mantido à temperatura T_1 , e nitrogênio, à temperatura $T_2 = 5T_1/3$. Os ambientes estão separados entre si por uma membrana fina, impermeável e termoisolante, que permite a transmissão do som de um para outro ambiente. Considerando a constante do item anterior dada por $\kappa = \sqrt{\gamma}$, em que γ é o coeficiente de Poisson do meio gasoso no qual o som se propaga, determine a razão numérica entre as respectivas velocidades de propagação do som nos gases.

7. (Ita 2018) Considere uma estrela de nêutrons com densidade média de $5 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, sendo que sua frequência de vibração radial ν é função do seu raio R , de sua massa m e da constante da gravitação universal G . Sabe-se que ν é dada por uma expressão monomial, em que a constante adimensional de proporcionalidade vale aproximadamente 1. Então o valor de ν é da ordem de

- a) 10^{-2} Hz .
- b) 10^{-1} Hz .
- c) 10^0 Hz .
- d) 10^2 Hz .

e) 10^4 Hz .

8. (Ita 2017) Ondas gravitacionais foram previstas por Einstein em 1916 e diretamente detectadas pela primeira vez em 2015. Sob determinadas condições, um sistema girando com velocidade angular ω irradia tais ondas com potência proporcional a $G c^\beta Q^\gamma \omega^\delta$, em que G é a constante de gravitação universal; C , a velocidade da luz e Q , uma grandeza que tem unidade em $\text{kg} \cdot \text{m}^2$. Assinale a opção correta.

- a) $\beta = -5, \gamma = 2$ e $\delta = 6$
- b) $\beta = -3/5, \gamma = 4/3$ e $\delta = 4$
- c) $\beta = -10/3, \gamma = 5/3$ e $\delta = 5$
- d) $\beta = 0, \gamma = 1$ e $\delta = 3$
- e) $\beta = -10, \gamma = 3$ e $\delta = 9$

9. (Ita 2014) No sistema de unidades atômicas de Hartree, as unidades de carga elétrica, de massa, de comprimento e de tempo podem ser representadas respectivamente por q_A, m_A, L_A e t_A . Neste sistema, a carga elétrica e do próton é igual a $1q_A$, a massa do elétron m_0 vale $1m_A$, a constante de

Planck reduzida $\hbar$ é igual a $1m_A \cdot L_A^2 / t_A$ e a constante de Coulomb $K_0 = 1 / (4\pi\epsilon_0)$ vale $1m_A \cdot L_A^3 / (q_A^2 \cdot t_A^2)$.

Dados no SI: $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$,
 $m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
 $\hbar = 1,1 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.
 $K_0 = 9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

- a) Qual a medida em metros de um comprimento igual a $1,0 L_A$?
- b) Qual a medida em segundos de um tempo igual a $1,0 t_A$?

10. (Ime 2013) Em certos problemas relacionados ao escoamento de fluidos no interior de dutos, encontram-se expressões do tipo:

$$\gamma = \frac{k a l^3}{v^2}$$

A grandeza γ possui a mesma dimensão da razão entre potência e temperatura. O termo k é a condutividade térmica, conforme descrito pela Lei de Fourier. As dimensões dos parâmetros a e l são, respectivamente, as mesmas de aceleração e comprimento. A dimensão de v para que a equação acima seja dimensionalmente correta é igual a:

- a) raiz quadrada da aceleração.

- b) quadrado da velocidade.
- c) produto do comprimento pela raiz quadrada da velocidade.
- d) produto da velocidade pela raiz quadrada do comprimento.
- e) produto do comprimento pelo quadrado da velocidade.

11. (Ita 2012) Ondas acústicas são ondas de compressão, ou seja, propagam-se em meios compressíveis. Quando uma barra metálica é golpeada em sua extremidade, uma onda longitudinal propaga-se por ela com velocidade $v = \sqrt{Ea/\rho}$. A grandeza E é conhecida como módulo de Young, enquanto ρ é a massa específica e a uma constante adimensional. Qual das alternativas é condizente à dimensão de E ?

- a) J/m^2
- b) N/m^2
- c) $J/s \cdot m$
- d) $kg \cdot m/s^2$
- e) dyn/cm^3

12. (Ita 2011) Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado: *Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por $\mu(r + a^3/r^2)$, sendo r a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância a com uma velocidade inicial $2\sqrt{\mu a}$. Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?*

- a) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a da aceleração.
- b) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{\mu a}$.
- c) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu/r}$.
- d) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{a^2\mu/r}$.
- e) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a\sqrt{\mu}$.

13. (Ita 2010) Pela teoria Newtoniana da gravitação, o potencial gravitacional devido ao Sol, assumindo simetria esférica, é dado por $-V = GM/r$, em que r é a distância média do corpo ao centro do Sol. Segundo a teoria da relatividade de Einstein, essa equação de Newton deve ser corrigida para $-V = GM/r + A/r^2$, em que A depende somente de G , de M e da velocidade da luz, c . Com base na análise dimensional e considerando k uma constante adimensional, assinale

a opção que apresenta a expressão da constante A , seguida da ordem de grandeza da razão entre o termo de correção, A/r^2 , obtido por Einstein, e o termo GM/r da equação de Newton, na posição da Terra, sabendo a priori que $k = 1$.

- a) $A = kGM/c$ e 10^{-5}
- b) $A = kG^2M^2/c$ e 10^{-8}
- c) $A = kG^2M^2/c$ e 10^{-3}
- d) $A = kG^2M^2/c^2$ e 10^{-5}
- e) $A = kG^2M^2/c^2$ e 10^{-8}

14. (Ime 2010) Em certo fenômeno físico, uma determinada grandeza referente a um corpo é expressa como sendo o produto da massa específica, do calor específico, da área superficial, da velocidade de deslocamento do corpo, do inverso do volume e da diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente. A dimensão desta grandeza em termos de massa (M), comprimento (L) e tempo (t) é dada por:

- a) $M^2L^{-1}t^{-3}$
- b) $M L^{-1}t^{-2}$
- c) $M L^{-1}t^{-3}$
- d) $M L^{-2}t^{-3}$
- e) $M^2 L^{-2}t^{-2}$

15. (Ita 2009) Sabe-se que o momento angular de uma massa pontual é dado pelo produto vetorial do vetor posição dessa massa pelo seu momento linear. Então, em termos das dimensões de comprimento (L), de massa (M), e de tempo (T), um momento angular qualquer tem sua dimensão dada por:

- a) L^0MT^{-1} .
- b) LM^0T^{-1} .
- c) LMT^{-1} .
- d) L^2MT^{-1} .
- e) L^2MT^{-2} .

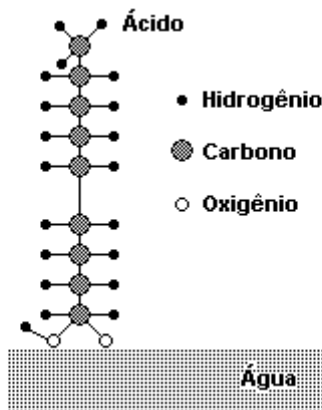
16. (Ita 2008) Define-se intensidade I de uma onda como a razão entre a potência que essa onda transporta por unidade de área perpendicular à direção dessa propagação. Considere que para uma certa onda de amplitude a frequência f e velocidade v , que se propaga em um meio de densidade ρ , foi determinada que a intensidade é dada por: $I = 2\pi^2 f^2 \rho v a^2$. Indique quais são os valores adequados para x e y , respectivamente.

- a) $x = 2$; $y = 2$
- b) $x = 1$; $y = 2$
- c) $x = 1$; $y = 1$
- d) $x = -2$; $y = 2$
- e) $x = -2$; $y = -2$

17. (Ita 2006) Uma gota do ácido $CH_3(CH_2)_{16}COOH$ se espalha sobre a superfície da água até formar uma camada de moléculas cuja espessura se reduz à disposição ilustrada na figura. Uma das terminações deste ácido é polar, visto que se trata de uma ligação



O-H, da mesma natureza que as ligações (polares) O-H da água. Essa circunstância explica a atração entre as moléculas de ácido e da água. Considerando o volume $1,56 \times 10^{-10} \text{ m}^3$ da gota do ácido, e seu filme com área de $6,25 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, assinale a alternativa que estima o comprimento da molécula do ácido.



- a) $0,25 \times 10^{-9} \text{ m}$
- b) $0,40 \times 10^{-9} \text{ m}$
- c) $2,50 \times 10^{-9} \text{ m}$
- d) $4,00 \times 10^{-9} \text{ m}$
- e) $25,0 \times 10^{-9} \text{ m}$

18. (Laerte Pereira) A equação de estado de alguns gases pode ser expressa como

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Neste caso **P** é a pressão, **V** é o volume, **T** é a temperatura absoluta e **a, b, R** são constantes. As dimensões de **a** são

- a) ML^5T^{-2}
- b) $ML^{-1}T^{-2}$
- c) $M^0L^3T^0$
- d) $M^0L^6T^0$

19. (Laerte Pereira) A força **F** atuando sobre um fio, através da qual flui uma corrente **I**, é dado pela seguinte relação: **F = I.L.B**, onde, **L**: comprimento do fio; **B**: densidade do fluxo magnético externo ou indução magnética. Encontre a equação dimensional de **B**.

20. (Laerte Pereira) A seguinte expressão contém **n** termos e é dimensionalmente correta.

$$W = k_1 \cdot v_1 + \frac{k_2 \cdot v_2^2}{2!} + \frac{k_3 \cdot v_3^3}{3!} + \dots$$

Sendo (**W**) energia, (**v_i**) velocidade, (**n!**) fatorial de **n**, (**k_i**) constante física, determine a fórmula dimensional de **E**, se $E = \frac{k_9 \cdot k_{17}}{k_{12}}$.

21. (Laerte Pereira) Com base na equação dimensionalmente correta, encontre

$E = (x - p)^{(z-y)}$, se:

$$I = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cdot m \cdot \left(\frac{(R_n \cdot \cos \theta_n)^x - (R_{n-1} \cdot \cos \theta_{n-1})^y}{(R_n \cdot \sin \theta_n)^z - (R_{n-1} \cdot \sin \theta_{n-1})^p} \right)$$

Sendo (**I**) o momento de inércia = massa. (comprimento)²; (**m**) massa; (**R_n** e **R_{n-1}**) raios e (**θ_n** e **θ_{n-1}**) são ângulos.

Gabarito do Cap 2

Resposta da questão 1:

[B]

Analisando as afirmativas:

- [1] Verdadeira. O item descreve corretamente as sete grandezas da natureza definidas como exatas.
- [2] Falsa. Conforme o item anterior, são sete constantes da natureza definidas como exatas.
- [4] Verdadeira. A unidade kg foi definida a partir da constante de Planck.
- [8] Falsa. O coulomb (C) não é uma unidade básica do SI, e sim o ampère (A).

Portanto, a soma vale 5.

Resposta da questão 2:

[E]

Da análise dimensional, obtemos:

$$[y] = \frac{[n]}{[2][d]} [D] [v^x] [f^z]$$

$$L = \frac{1}{1 \cdot L} \cdot L \cdot L^x \cdot T^{-x} \cdot T^{-z}$$

$$L = L^x T^{-x-z}$$

$$\therefore x = 1$$

$$-1 - z = 0$$

$$\therefore z = -1$$

Pela figura, y é a posição do segundo mínimo, fazendo com que n seja o segundo ímpar. Portanto, n = 3.

Resposta da questão 3:

[B]

Fazendo a análise dimensional, obtemos:

$$[c] = [e]^x [m_0]^y [K_0]^z [\hbar]^w$$

$$LT^{-1} = (IT)^x (M)^y (ML^3I^{-2}T^{-4})^z (ML^2T^{-1})^w$$

$$M^0L^1T^{-1}I^0 = M^{y+z+w}L^{3z+2w}T^{-4z-w}I^{x-2z}$$

$$\begin{cases} y + z + w = 0 \\ 3z + 2w = 1 \\ x - 4z - w = -1 \\ x - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z, w) = (2, 0, 1, -1)$$

Dessa forma, sendo k uma constante de proporcionalidade:

$$c = k \frac{e^2 K_0}{\hbar} \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = k \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9 \cdot 10^9}{1,05 \cdot 10^{-34}} \Rightarrow k \approx 1,37 \cdot 10^2$$

$$\therefore c = 1,37 \cdot 10^2 \frac{e^2 K_0}{\hbar}$$

Fazendo $e = K_0 = \hbar = 1$:

$$c = 1,37 \cdot 10^2$$

Portanto, a ordem de grandeza é 10^2 .

Resposta da questão 4:

[B]

Realizando análise dimensional, obtemos:

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{kr^{N-1}} \Rightarrow MLT^{-2} = \frac{I^2 T^2}{[k] L^{N-1}} \Rightarrow [k] = M^{-1} L^{-N} T^4 I^2$$

$$F = \frac{ip}{r^{N-2}} \Rightarrow MLT^{-2} = \frac{I[p]}{L^{N-2}} \Rightarrow [p] = ML^{N-1} T^{-2} I^{-1}$$

$$F_m = \frac{p_1 p_2}{\mu r^{N-1}} \Rightarrow MLT^{-2} = \frac{M^2 L^{2N-2} T^{-4} I^{-2}}{[\mu] L^{N-1}} \Rightarrow [\mu] = ML^{N-2} T^{-2} I^{-2}$$

$$\therefore [k\mu] = L^{-2} T^2$$

Resposta da questão 5:

[B]

Análise dimensional de cada grandeza:

$$[c] = \frac{[Q]}{[m][\Delta\theta]} = \frac{ML^2 T^{-2}}{M \cdot \theta} = L^2 T^{-2} \theta^{-1}$$

$$[\alpha] = \frac{1}{[\Delta\theta]} = \theta^{-1}$$

$$[k] = \frac{[F][d^2]}{[Q][q]} = \frac{MLT^{-2} \cdot L^2}{TI \cdot TI} = ML^3 T^{-4} I^{-2}$$

$$[\mu] = \frac{[B][R]}{[i]} = \frac{[F][R]}{[i][\ell][i]} = \frac{MLT^{-2} \cdot L}{I \cdot L \cdot I} = MLT^{-2} I^{-2}$$

Análise dos expoentes:

$$[c]^x [\alpha]^y [k]^z [\mu]^w = 1$$

$$(L^2 T^{-2} \theta^{-1})^x (\theta^{-1})^y (ML^3 T^{-4} I^{-2})^z (MLT^{-2} I^{-2})^w = 1$$

$$M^{z+w} L^{2x+3z+w} T^{-2x-4z-2w} I^{-2z-2w} \theta^{-x-y} = 1$$

$$\begin{cases} z + w = 0 \\ 2x + 3z + w = 0 \\ -2x - 4z - 2w = 0 \\ -2z - 2w = 0 \\ -x - y = 0 \end{cases}$$



Dentre as opções, a alternativa [B] é a única que satisfaz o sistema, com $x = 1$, $y = -1$, $z = -1$ e $w = 1$.

Resposta da questão 6:

a) Por análise dimensional da equação, temos:

$$[v_s] = [K] \cdot [T]^a \cdot [P]^b \cdot [V]^c \cdot [\rho]^d$$

$$LT^{-1} = 1 \cdot \theta^a \cdot (ML^{-1}T^{-2})^b \cdot (L^3)^c \cdot (ML^{-3})^d$$

$$LT^{-1} = \theta^a \cdot M^{b+d} \cdot L^{-b+3c-3d} \cdot T^{-2b}$$

Resolvendo o sistema abaixo, chegamos a:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b + d = 0 \\ -b + 3c - 3d = 1 \\ -2b = -1 \end{cases}$$

$$\therefore a = 0, b = 1/2, c = 0 \text{ e } d = -1/2$$

b) Pelo item anterior:

$$v_s = \sqrt{\gamma} \cdot T^0 \cdot P^{1/2} \cdot V^0 \cdot \rho^{-1/2} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

Pela equação de Clayperon e a definição de densidade, chegamos a uma nova relação:

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT \Rightarrow P = \frac{mRT}{MV}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \frac{mRT}{MV}}{\frac{m}{V}}} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Como o neônio é monoatômico e o nitrogênio diatômico, os seus coeficientes de Poisson são, respectivamente:

$$\gamma_1 = \frac{5}{3} \text{ e } \gamma_2 = \frac{7}{5}$$

Logo:

$$\frac{v_{s1}}{v_{s2}} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma_1 RT_1}{M_1}}}{\sqrt{\frac{\gamma_2 RT_2}{M_2}}} = \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{M_2}{M_1}} = \sqrt{\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{28}{20}}$$

$$\therefore \frac{v_{s1}}{v_{s2}} = 1$$

Resposta da questão 7:

[E]

Do enunciado, temos:

$$v = kR^\alpha m^\beta G^\gamma$$

$$[v] = [k][R]^\alpha [m]^\beta [G]^\gamma$$

$$T^{-1} = L^\alpha M^\beta (L^3 M^{-1} T^{-2})^\gamma$$

$$T^{-1} = L^{\alpha+3\gamma} M^{\beta-\gamma} T^{-2\gamma}$$

Pelos coeficientes, obtemos o sistema:

$$\begin{cases} \alpha + 3\gamma = 0 \\ \beta - \gamma = 0 \\ -2\gamma = -1 \end{cases}$$

Resolvendo, chegamos a: $\alpha = -\frac{3}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$ e

$$\gamma = \frac{1}{2}. \text{ Portanto:}$$

$$v = kR^{-3/2} \cdot m^{1/2} \cdot G^{1/2} = k \sqrt{\frac{mG}{R^3}}$$

Mas: $\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \frac{m}{R^3} = \frac{4\pi\rho}{3}$, logo:

$$v = k \sqrt{\frac{4\pi\rho G}{3}}$$

Substituindo os valores, chegamos a:

$$v = 1 \cdot \sqrt{\frac{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{17} \cdot 7 \cdot 10^{-11}}{3}}$$

$$v \cong 1,21 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

Portanto, o valor de v é da ordem de 10^4 Hz.

Resposta da questão 8:

[A]

Será adotada a seguinte notação: dada uma grandeza X , então $[X]$ corresponderá à sua dimensão em unidades do S.I.

Seja P_g a potência gravitacional; G a constante de gravitação universal; c a velocidade da luz e Q uma grandeza com unidade $kg \cdot m^2$, conforme o enunciado.

Sabe-se por hipótese que:

$$[P_g] = [Gc^\beta Q^\gamma \omega^\delta] = [G][c]^\beta [Q]^\gamma [\omega]^\delta \quad (I)$$

Da equação geral da gravitação universal, tem-se que:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow [G] = \left[\frac{F \cdot r^2}{M \cdot m} \right] = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$G = \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \quad (\text{II})$$

Sabe-se também que:

$$[c] = \text{ms}^{-1}$$

$$[Q] = \text{kgm}^2$$

$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \text{s}^{-1} \quad (\text{III})$$

$$[P_g] = \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{m}}{\text{s}} = \text{kgm}^2 \text{s}^{-3}$$

Substituindo-se as equações (II) e (III) na equação (I), tem-se:

$$\text{kgm}^2 \text{s}^{-3} = \text{kg}^{-1} \text{m}^3 \text{s}^{-2} [\text{ms}^{-1}]^\beta [\text{kgm}^2]^\gamma [\text{s}^{-1}]^\delta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{kgm}^2 \text{s}^{-3} = \text{kg}^{\gamma-1} \text{m}^{3+\beta+2\gamma} \text{s}^{-2-\beta-\delta} \quad (\text{IV})$$

Da equação (IV) tem-se, igualando-se os expoentes correspondentes:

$$\gamma - 1 = 1 \Rightarrow \gamma = 2$$

$$3 + \beta + 2\gamma = 2 \Rightarrow \beta = 2 - 3 - 2\gamma = -5$$

$$-2 - \beta - \delta = -3 \Rightarrow \delta = -2 - \beta + 3 = 6$$

Resposta da questão 9:

Dados:

$$q_A = e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}; m_A = m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}; K_0 = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

a) As expressões dadas são:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_0 = \frac{m_A \cdot L_A^3}{q_A^2 \cdot t_A^2} \quad (\text{I}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hbar = \frac{m_A \cdot L_A^2}{t_A} \quad (\text{II}) \end{array} \right.$$

Em (II):

$$t_A = \frac{m_A \cdot L_A^2}{\hbar} \quad (\text{III})$$

Substituindo (III) em (I) e usando os valores dados:

$$K_0 = \frac{m_A \cdot L_A^3}{q_A^2 \cdot \left(\frac{m_A \cdot L_A^2}{\hbar} \right)^2} \Rightarrow K_0 = \frac{m_A \cdot L_A^3}{q_A^2 \cdot \frac{m_A^2 \cdot L_A^4}{\hbar^2}} \Rightarrow K_0 = \frac{\hbar^2}{q_A^2 \cdot m_A \cdot L_A} \Rightarrow$$

$$L_A = \frac{\hbar^2}{q_A^2 \cdot m_A \cdot K_0}$$

$$= \frac{(1,1 \times 10^{-34})^2}{(1,6 \times 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \times 10^{-31} \cdot 9 \times 10^9}$$

$$= \frac{1,21 \times 10^{-68}}{2,1 \times 10^{-58}} \approx 0,58 \times 10^{-10} \Rightarrow$$

$$L_A \approx 5,8 \times 10^{-11} \text{ m}.$$

b) Em (III)

$$t_A = \frac{m_A \cdot L_A^2}{\hbar} = \frac{9,1 \times 10^{-31} \cdot (5,8 \times 10^{-11})^2}{1,1 \times 10^{-34}}$$

$$\approx \frac{3,1 \times 10^{-51}}{1,1 \times 10^{-34}} \Rightarrow$$

$$t_A \approx 2,8 \times 10^{-17} \text{ s}.$$

Resposta da questão 10:

[D]

Dimensões das grandezas envolvidas:

$$\text{Potência: } [M L^2 T^{-3}]$$

$$\text{Temperatura: } [\theta]$$

$$\text{Aceleração: } [L T^{-2}]$$

$$\text{Comprimento: } [L]$$

$$\text{Condutividade térmica: } [M L T^{-3} \theta^{-1}]$$

Então:

$$[Y] = \frac{[\text{potência}]}{[\text{temperatura}]} \Rightarrow [Y] = \frac{[M L^2 T^{-3}]}{[\theta]} \Rightarrow [Y] = [M L^2 T^{-3} \theta^{-1}]$$

Da expressão dada:

$$Y = \frac{\text{ka l}^3}{v^2} \Rightarrow v^2 = \frac{\text{ka l}^3}{Y}.$$

Substituindo nessa última expressão as fórmulas dimensionais acima:

$$v^2 = \frac{[M L T^{-3} \theta^{-1}][L T^{-2}][L^3]}{[M L^2 T^{-3} \theta^{-1}]} \Rightarrow v^2 = \frac{[M L^5 T^{-5} \theta^{-1}]}{[M L^2 T^{-3} \theta^{-1}]} \Rightarrow v^2 = [L^3 T^{-2}] \Rightarrow$$

$$v = [L^3 T^{-2}]^{1/2} \Rightarrow v = [L^{3/2} T^{-1}].$$

$$[L^{1/2}] \rightarrow \text{raiz quadrada do comprimento};$$

$$[L T^{-1}] \rightarrow \text{velocidade}.$$

Resposta da questão 11:

[B]

Isolando a grandeza E:

$$v = \sqrt{\frac{Ea}{\rho}} \rightarrow v^2 = \frac{Ea}{\rho} \rightarrow E = \frac{\rho v^2}{a}$$



Dimensões das grandezas:

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$[a] = \text{a dimensional}$$

$$[E] = ?$$

Analisando a dimensão de E, a partir de $E = \frac{\rho v^2}{a}$:

$$[E] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (\text{m/s})^2 \rightarrow [E] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} \rightarrow [E] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

$$\text{Lembre-se que: } N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Ou seja:

$$[E] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \rightarrow [E] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}} \rightarrow [E] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} \rightarrow [E] = \frac{N}{\text{m}^2}$$

Resposta da questão 12:

[E]

A expressão dada tem dimensão de aceleração (γ).

Num sistema M, L, T, temos:

$$[\gamma] = L T^{-2}.$$

a e r representam comprimentos, portanto:

$$[a] = [r] = L.$$

Assim:

$$\left[\mu \left(r + \frac{r^3}{a^2} \right) \right] = [\gamma] \Rightarrow [\mu] L = L T^{-2} \Rightarrow [\mu] = T^{-2}.$$

Segundo o enunciado a expressão $2\sqrt{\mu} a$ representa velocidade. Então:

$$[\sqrt{\mu} a] = L T^{-1} \Rightarrow (T^{-2} L)^{\frac{1}{2}} = L T^{-1} \Rightarrow T^{-1} L^{\frac{1}{2}} = L T^{-1} \Rightarrow L^{\frac{1}{2}} = L \Rightarrow \text{Absurdo!!!}$$

Logo, há erro no enunciado, pois a expressão para a velocidade é inconsistente com a da aceleração.

A expressão correta para a velocidade (v) seria:

$$2[\mu]^x [a]^y = L^1 T^{-1} \Rightarrow 2(T^{-2})^x L^y = L^1 T^{-1} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Assim:

$$v = 2 \mu^{\frac{1}{2}} a^1 \Rightarrow v = 2 a \sqrt{\mu}.$$

Resposta da questão 13:

[E]

Dados: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{s}^2\text{kg}$; $c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$; $r = 1,5 \times 10^{11} \text{m}$ e $k = 1$.

Como só podemos somar expressões homogêneas, ou seja, dimensionalmente coerentes, as expressões

$\frac{GM}{r}$ e $\frac{A}{r^2}$ devem ter mesma unidade. Assim, num sistema MLT (massa; comprimento e tempo).

Obs: para evitar confusões, as dimensões estão grafadas em "Itálico", como mostrado na linha acima.

$$\left[\frac{GM}{r} \right] = \left[\frac{A}{r^2} \right] \Rightarrow [A] = [GMr] \Rightarrow$$

$$[A] = [L^3 \cdot T^{-2} \cdot M^{-1} \cdot M^1 \cdot L^{-1}] = [M^0 \cdot L^4 \cdot T^{-2}].$$

Mas A depende de G, M, e c. Então:

$$[A] = [G]^x [M]^y [c]^z \Rightarrow$$

$$[G]^x [M]^y [c]^z = [M]^0 [L]^4 [T]^{-2} \Rightarrow$$

$$[M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2}]^x [M]^y [L \cdot T^{-1}]^z = [M]^0 [L]^4 [T]^{-2} \Rightarrow$$

$$[M]^{-x+y} [L]^{3x+z} [T]^{-2x-z} = [M]^0 [L]^4 [T]^{-2} \Rightarrow$$

Igualando apenas os expoentes, obtemos o sistema:

$$\begin{cases} -x + y = 0 & \text{(I)} \\ 3x + z = 4 & \text{(II)} \\ -2x - z = -2 & \text{(III)} \end{cases}$$

Somando (II) e (III): $x = 2$; substituindo em (I): $y = 2$; substituindo em II: $z = -2$.

$$\text{Como } [A] = [G]^x [M]^y [c]^z \Rightarrow$$

$$[A] = [G]^2 [M]^2 [c]^{-2} \Rightarrow [A] = \frac{[G]^2 [M]^2}{[c]^2}.$$

Introduzindo a constante de proporcionalidade, a

$$\text{expressão final fica: } A = k \frac{G^2 M^2}{c^2}.$$

A razão pedida é $R = k$

$$\frac{\frac{A}{r^2}}{\frac{Gm}{r}} = k \frac{A}{r^2} \times \frac{r}{Gm} = k \frac{A}{GMr} = k \frac{\frac{G^2 M^2}{c^2}}{GMr} = k \frac{GM}{rc^2}.$$

Substituindo os valores dados: $A = 1$

$$\frac{(6,67 \times 10^{-11})(1,99 \times 10^{30})}{(1,5 \times 10^{11})(3 \times 10^8)^2} = 9,8 \times 10^{-9}.$$

A ordem de grandeza é: $A = 10^{-8}$.

Resposta da questão 14:

[C]



$$[G] = \left[\frac{\mu c S v \Delta \theta}{V} \right] \rightarrow [G] = \left[\frac{\frac{m}{V} \frac{Q}{m \Delta \theta} S v \Delta \theta}{V} \right] \rightarrow [G] = \left[\frac{Q S v}{V^2} \right] = \left[\frac{\text{madSv}}{V^2} \right]$$

$$[G] = \frac{M \frac{L}{T^2} \cdot L \cdot \frac{L}{T}}{L^6} = L^{-1} M T^{-3}$$

Resposta da questão 15:

[D]

Momento angular = Posição. Momento Linear

Em termos dimensionais:

$$\text{Momento angular} = L \cdot (M \cdot L \cdot T^{-1}) = L^2 \cdot M \cdot T^{-1}$$

Resposta da questão 16:

[A]

Usando as unidades do sistema internacional

$$I = W/m^2 = (J/s)/m^2 = J/(s \cdot m^2) = (N \cdot m)/(s \cdot m^2)$$

$$I = N/(s \cdot m) = (kg \cdot m/s^2)/(s \cdot m) = kg \cdot s^{-3}$$

$$f = 1/s = s^{-1}$$

$$\rho = kg/m^3$$

$$v = m/s$$

$$a = m$$

Substituindo na expressão dada e levando em conta que o coeficiente $2\pi^2$ é adimensional, temos:

$$kg \cdot s^3 = (s^{-1})^x \cdot (kg/m^3) \cdot (m/s) \cdot (m)^y$$

$$s^3 = s^{-x} \cdot m^3 \cdot m \cdot s^1 \cdot m^y$$

$$s^3 = s^{-x} \cdot m^{y+2}$$

De onde vem:

$$-x - 1 = -3 \implies -x = -2 \implies x = 2$$

$$y - 2 = 0 \implies y = 2$$

Resposta da questão 17:

[C]

$$V = Ah \rightarrow 1,56 \times 10^{-10} = 6,25 \times 10^{-2} h$$

$$h \cong 2,5 \times 10^{-9} m$$

Resposta da questão 18:

Pelo princípio da homogeneidade dimensional (PHD)

$$\left[\frac{a}{V^2} \right] = [P]$$

$$\therefore [a] = [P][V^2] = [ML^{-1}T^{-2}] \times [L^6] = [ML^5T^{-2}]$$

Resposta da questão 19:

Pelo princípio da homogeneidade dimensional (PHD)

$$[F] = [I][L][B]$$

$$L \cdot M \cdot T^{-2} = I \cdot L \cdot [B]$$

Por tanto

$$[B] = M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}$$

Resposta da questão 20:

$$L^2 M T^{-2} = [k_1] L T^{-1} + \frac{[k_2] (L T^{-1})^2}{1} + \frac{[k_3] (L T^{-1})^3}{1} + \dots$$

Pelo PHD temos:

$$[k_1] = L M T^{-1};$$

$$[k_2] = L^0 M T^0;$$

$$[k_3] = L^{-1} M T^1 = L^{-(3-2)} M T^{(3-2)};$$

$$[k_4] = L^{-2} M T^2 = L^{-(4-2)} M T^{(4-2)}.$$

Escrevendo k para o n -ésimo termo

$$[k_n] = L^{-(n-2)} M T^{n-2}$$

Logo:

$$[k_9] = L^{-7} M T^{-7}; [k_{17}] = L^{-15} M T^{15};$$

$$[k_{12}] = L^{-10} M T^{10}.$$

Finalmente:

$$[E] = \frac{[k_9] \cdot [k_7]}{[k_{12}]} \quad \therefore [E] = L^{-12} M T^{12}$$

Resposta da questão 21:

Obtendo a equação dimensional teremos:

$$L^2 M = 1 \cdot M \cdot \left\{ \frac{(L \cdot 1)^x \cdot (L \cdot 1)^y}{(L \cdot 1)^z \cdot (L \cdot 1)^p} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\alpha) L^2 = \frac{L^x - L^y}{L^z - L^p} \dots (1)$$

(β)

Pelo PHD temos

$$\text{De } (\alpha): L^x = L^y \Rightarrow x = y \quad (2)$$

$$\text{De } (\beta): L^z = L^p \Rightarrow p = z$$

$$\text{Luego, de (2) en (1): } L^2 = \frac{L^x}{L^p} = L^{x-p}$$

Comparando expoentes:

$$x - p = 2$$

podemos escrever:

$$y - z = 2.$$

ou

$$z - y = -2$$

finalmente:

$$E = (2)^{(-2)} = 1/4$$



PRÁTICA 01 - Grandezas e medidas.

OBJETIVOS

- Medir as dimensões diretas de um corpo de prova com o instrumental de precisão.
- Calcular as dimensões indiretas e expressar os resultados com o número conveniente de algarismos significativos.

MATERIAIS

- Um corpo de prova.
- Uma régua graduada.

PROCEDIMENTO

1. Com a régua, determinar o comprimento (l) e a largura (a) da placa de prova (seis leituras).
2. Com o paquímetro, determinar a espessura (e) da placa de prova (seis leituras).
3. Registrar os dados obtidos em uma tabela.

TABELA DE VALORES

i	l_i (cm)	a_i (cm)	e_i (cm)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

CÁLCULOS

1. Para o comprimento ($\bar{\ell}$):

$$\bar{\ell} = \Sigma \ell_i / n$$

2. Para a largura ($\bar{a}$):

$$\bar{a} = \Sigma a_i / n$$

3. Para a espessura ($\bar{e}$):

$$\bar{e} = \Sigma e_i / n$$

4. Para o volume ($\bar{V}$):

$$\bar{V} = \bar{\ell} \cdot \bar{a} \cdot \bar{e}$$

QUESTIONÁRIO

- a. Depois dos cálculos realizados, expresse os resultados do comprimento, largura e espessura com o número conveniente de algarismos significativos, interprete esses resultados.
- b. Repita a atividade anterior para o volume.
- c. Some o comprimento, a largura e a espessura da placa, e expresse a soma com o número adequado de algarismos significativos.
- d. Em qual dimensão existe mais precisão nos resultados: no comprimento, na largura ou na espessura, e por quê?
- e. Uma pessoa soma as quantidades 47,6 cm + 8,4 cm de modo que o resultado tenha somente algarismos significativos. Que quantidade permanecerá inalterada, e quanto vale a soma?



PRÁTICA 02 – PENDULO SIMPLES.

OBJETIVO

- Obter experimentalmente a lei fundamental da vibração de um pêndulo simples mediante o processo indutivo.

MATERIAIS

- Equipamento de montagem.
- Um fio e uma massa pontual.
- Uma régua graduada.
- Um cronômetro.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:

- Com a régua meça 80 cm no fio, desde sua extremidade livre até o centro da massa pontual.
- Desloque levemente a massa pontual e, com o cronômetro previamente zerado, faça três leituras de tempo em 10 ciclos cada uma.
- Repita as atividades anteriores para comprimentos de fio de 60, 40 e 20 cm, respectivamente.
- Registre os valores obtidos em uma tabela.

TABELA DE VALORES

l cm	n ciclos	t_1 s	t_2 s	t_3 s	$\bar{t}$ s	$T = \bar{t}/n$ s	$l^{1/2}$ cm ^{1/2}
0	0						
20	10						
40	10						
60	10						
80	10						

CÁLCULOS

- Para o período (T):

$$T = \bar{t}/n$$

- Para o comprimento ($l^{1/2}$):

$$l^{1/2} = \sqrt{l}$$

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado, construa o gráfico $T - l$, com sua respectiva linearização.
- Utilizando o diagrama principal (D.P.), indicar: que tipo de gráfico se obtém e qual é o modelo da lei?
- De que depende o período de um pêndulo simples? Da massa pontual ou do comprimento do fio? Explique.
- Interprete o diagrama de comprovação: que tipo de gráfico se obtém, qual é a lei e qual sua equação horária.

e. Com a equação obtida no gráfico, calcular o período se o comprimento do fio é de 120 cm.

f. Calcular o comprimento do fio se o período é de 8 s.

PRÁTICA 03 – Funções e gráficos.

OBJETIVOS

- Determinar que relação de proporcionalidade existe entre o comprimento de uma circunferência e seu raio.
- Verificar que tipo de lei se obtém ao representar graficamente os dois parâmetros.

MATERIAIS

- Seis discos de raio diferente. (Os discos podem ser construídos com a ajuda de um compasso sobre um pedaço de papelão).
- uma régua graduada.

PROCEDIMENTO

1. Com a régua, determinar o raio de cada um dos corpos de prova.
2. Registrar os valores obtidos em uma tabela.

TABELA DE VALORES

Discos	R (cm)	C (cm)	R ² (cm ²)	A (cm ²)
0				
1				
2				
3				
4				
5				

CÁLCULOS

1. Para o perímetro (C):

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

2. Para a área (A):

$$A = \pi \cdot R^2$$

QUESTIONARIO

- a. Em uma folha de papel milimetrado, traçar o diagrama C – R.
- b. Que tipo de gráfico se obtém, qual é a lei e qual é sua equação?
- c. Que tipo de proporcionalidade existe entre C e R?
- d. Observando um gráfico, o que acontece com o perímetro ao duplicar o raio e ao triplicá-lo?
- e. Explicitando o cálculo correspondente, diga o que acontece com o perímetro ao reduzir o raio à metade.
- f. Em outra folha de papel milimetrado, traçar o diagrama A – R, com sua respectiva linearização.
- g. Analisar e interpretar cada um dos diagramas anteriores.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 04 - pêndulo simples

OBJETIVO

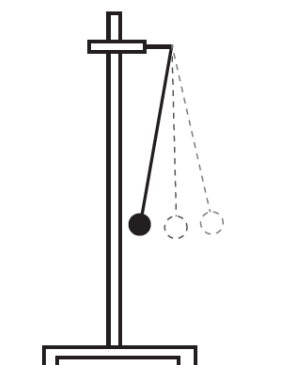
- Obter experimentalmente a lei fundamental da vibração de um pêndulo simples mediante o processo indutivo.

MATERIAIS

- Equipamento de montagem.
- Um fio e uma massa pontual.
- Uma régua graduada.
- Um cronômetro.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



- Com a régua, meça 80 cm no fio, desde sua extremidade livre até o centro da massa pontual.
- Desloque levemente a massa pontual e, com o cronômetro previamente zerado, faça três leituras de tempo em 10 ciclos cada uma.
- Repita as atividades anteriores para comprimentos de fio de 60, 40 e 20 cm, respectivamente.
- Registre os valores obtidos em uma tabela.

l (cm)	n (ciclos)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$\bar{t}$ (s)	$T = \bar{t}/n$ (s)	$\sqrt{l}$ (cm ^{1/2})
0	0						
20	10						
40	10						
60	10						
80	10						

CÁLCULOS

1. Para o período (T):

$$T = \bar{t}/n$$

2. Para o comprimento ($l^{1/2}$):

$$l^{1/2} = \sqrt{l}$$

QUESTIONÁRIO

- a. Em uma folha de papel milimetrado, construa o gráfico $T \times l$, com sua respectiva linearização.
- b. Utilizando o diagrama principal, indicar: que tipo de gráfico se obtém e qual é o modelo da lei?
- c. De que depende o período de um pêndulo simples? Da massa pontual ou do comprimento do fio? Explique.
- d. Interprete o diagrama de comprovação: que tipo de gráfico se obtém, qual é a lei e qual é sua equação horária.
- e. Com a equação obtida no gráfico, calcular o período se o comprimento do fio é de 120 cm.
- f. Calcular o comprimento do fio se o período é de 8 s.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 05 - Movimento retilíneo uniforme.

OBJETIVO

- Determinar experimentalmente as leis e características que regem o M.R.U.

MATERIAIS

- Tubo de imersão cheio com água.
- Régua graduada.
- Corpo de prova.
- Cestinha de recuperação.
- Cronômetro.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:

- Mergulhar a cestinha de recuperação até o fundo do tubo.
- Soltar o corpo de prova dentro do tubo, cuidando para que não roce nele e que não oscile na água.
- Quando o movimento do corpo estiver estável, determinar o tempo que demora para percorrer 10 cm (três leituras).
- Repetir o procedimento anterior para valores de comprimento de 20, 30 e 40 cm, respectivamente.
- Registrar os valores obtidos em uma tabela.

TABELA DE VALORES

d (m)	t ₁ (s)	t ₂ (s)	t ₃ (s)	f (s)	v (m/s)
0,00					
0,10					
0,20					
0,30					
0,40					

CÁLCULOS

- Para o tempo médio ($\bar{t}$):

$$\bar{t} = \Sigma t_i / n$$

- Para a velocidade (v):

$$v = d / \bar{t}$$

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado, construa o gráfico $d \times \bar{t}$.
- Analise e interprete o diagrama anterior: que tipo de gráfico se obtém, qual é a lei e qual é sua equação horária?
- Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade?

- d. Utilizando a equação horária, calcule que distância percorre o móvel em 60 s e em 8 minutos, respectivamente.
- e. Em outra folha de papel milimetrado, construa o gráfico $v \times t$.
- f. Analise e interprete o diagrama anterior.
- g. Quais são as equações horárias desse movimento?
- h. Resuma as características desse movimento.
- i. Mediante esboços, indique as leis e os gráficos do M.R.U.

CONCLUSÕES (mínimo três)



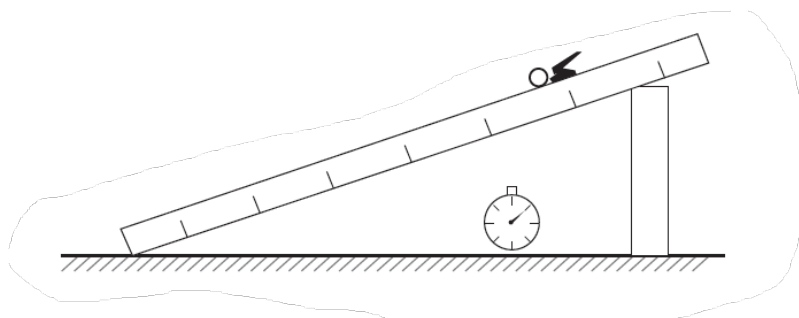
PRÁTICA 06 - Movimento retilíneo uniformemente variado.

MATERIAIS

- Régua de madeira com um trilho em forma de canaleta em uma das bordas.
- Suporte de madeira.
- Cronômetro.
- Uma esfera.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



1. Colocar a régua sobre o apoio de madeira de forma que fique com a menor inclinação possível.
2. Fazer três leituras do tempo que a esfera leva para percorrer 10 cm.
3. Repetir o passo anterior para distâncias de 40, 90 e 160 cm, respectivamente.
4. Registrar os valores obtidos em uma tabela.

d (m)	t ₁ (s)	t ₂ (s)	t ₃ (s)	$\bar{t}$ (s)	$\bar{t}^2$ (s ²)	v (m/s)	t (s)
0,00							
0,10							
0,40							
0,90							
1,60							

CÁLCULOS

1. Para a velocidade (v):

$$v = d/\bar{t}$$

2. Para o tempo (t):

$$t = \bar{t}/2$$

QUESTIONÁRIO

- a. Em uma folha de papel milimetrado, construa os gráficos $d - \bar{t}$ e $d - \bar{t}^2$.

- b. Analise e interprete os diagramas anteriores.
- c. Em outra folha de papel milimetrado, construa o gráfico $v \times t$.
- d. Analise e interprete o diagrama anterior.
- e. Fisicamente, o que representam as constantes de proporcionalidade dos diagramas $d \times t^2$ e $v \times t$?
- f. Qual é a aceleração do movimento e por quê?
- g. Resuma as equações particulares desse movimento.
- h. Por interpolação no diagrama $d \times \bar{t}$, encontre o tempo correspondente para um deslocamento da esfera equivalente a 1,3 m.
- i. Utilizando a equação horária do movimento, calcule o tempo para um deslocamento equivalente ao da pergunta anterior.
- j. Em outra folha de papel milimetrado, trace o diagrama $a \times t$. (Sugestão: considere, para esse diagrama, a aceleração do movimento).
- k. Resuma as características desse movimento.
- l. Por meio de esboços, indique as leis e gráficos do M.R.U.V.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 07 - Lançamento horizontal de um projétil.

OBJETIVO

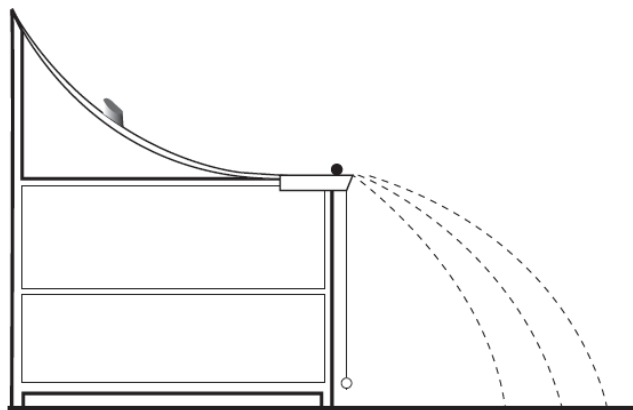
- Determinar experimentalmente a velocidade inicial e o tempo de voo em um lançamento horizontal de um projétil.

MATERIAIS

- Aparelho de choque.
- Esfera.
- Folha de impactos.
- Prumo.
- Régua graduada.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



- Nivelar o aparelho de choque e fixar a folha de impactos.
- Colocar a armadilha em algum ponto da pista e posicionar a esfera.
- Determinar a altura H desde o centro de massa da esfera até a folha de impactos.
- Com o prumo, determinar na folha de impactos a projeção do centro de massa da esfera no instante em que ela abandona a pista.
- Efetuar cinco disparos com a esfera e, com as marcas deixadas na folha, determinar o alcance horizontal X ; registrar esse valor na tabela correspondente.
- Repetir o processo anterior para outras duas posições diferentes da armadilha de sujeição.

TABELA DE VALORES

Posição	Y (m)	X (m)
1		
2		
3		

QUESTIONÁRIO

- a. Determine as velocidades iniciais para as posições (1), (2) e (3), respectivamente.
- b. Determine os tempos de voo para as posições (1), (2) e (3), respectivamente.
- c. Demonstre que a velocidade com que a esfera impacta a folha na direção horizontal é igual à velocidade de saída.
- d. Para cada posição: calcule as componentes do vetor velocidade no momento do impacto.
- e. Para cada posição: calcule a aceleração total, tangencial e centrípeta no momento em que chega ao solo.
- f. De um tampo horizontal de uma mesa, um corpo rola com uma velocidade de (15 m/s) . Determinar:
 - a) a aceleração, a velocidade e a posição para qualquer tempo (t) ;
 - b) a velocidade que o corpo tem aos 2 s;
 - c) a posição do corpo aos 3 s;
 - d) as acelerações tangencial e centrípeta aos 4 s.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 08 - Dinâmica. Parte I

OBJETIVO

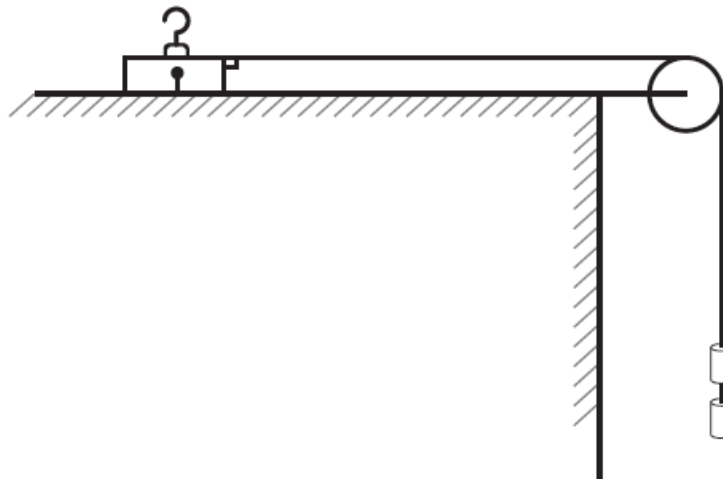
- Determinar experimentalmente os valores dos coeficientes dinâmicos de atrito para diferentes pares de superfícies em contato.

MATERIAIS

- Pista de deslizamento.
- Bloco de madeira (quatro faces).
- Corda com gancho.
- Newtonímetro.
- Conjunto de massas calibradas.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



- Determinar o peso dos blocos de prova e limpar perfeitamente as duas faces que entram em contato.
- Colocar o bloco sobre a pista, ligar o bloco ao dinamômetro por meio de uma corda inextensível e que seja paralela à pista.
- Com o dinamômetro, determinar a força mínima para que o corpo comece a mover-se uniformemente sobre a pista.
- Repetir a experiência colocando massas calibradas sobre o bloco até obter 5 leituras de forma proporcional.
- Repetir o procedimento anterior para as outras faces do bloco.
- Registrar os valores obtidos em uma tabela.

TABELA DE VALORES

Para cada superfície em contato, fazer uma tabela de valores como o modelo:



Materiais	N	f_e	μ_c
	N	N	

CÁLCULOS

1. Calcular o coeficiente de atrito (μ_c) para cada caso:

$$\mu_c = \frac{f_e}{N}$$

QUESTIONÁRIO

- a. Em uma folha de papel milimetrado e sobre o mesmo eixo de coordenadas, construa os gráficos $f_e \times N$ para dois materiais diferentes.
- b. Analise e interprete os diagramas anteriores.
- c. Em outra folha de papel milimetrado e sobre o mesmo eixo de coordenadas, construa os gráficos $f_e \times N$ para os dois materiais restantes.
- d. Analise e interprete os diagramas anteriores.
- e. O que representa fisicamente a constante de proporcionalidade?
- f. De que dependem as forças de atrito?

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 09 - Dinâmica. Parte II

OBJETIVO

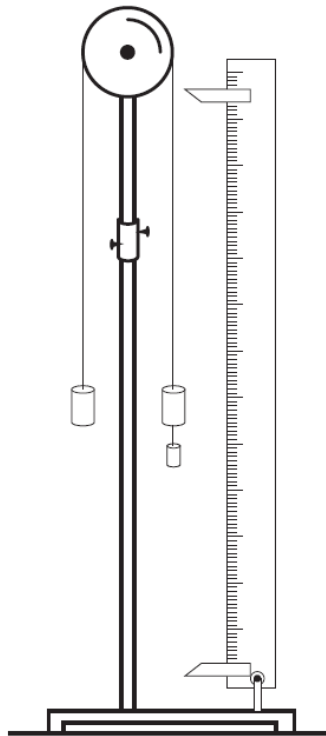
- Demonstrar a lei que relaciona a aceleração linear com a massa de um corpo submetido a uma força desequilibrante que se mantém constante.

MATERIAIS

- Máquina de Atwood.
- Corda.
- Cronômetro.
- Jogo de massas.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



1. Colocar a corda na garganta da polia da máquina de Atwood e massas iguais (20 g) em cada uma das extremidades da mesma.
2. Nivelar a máquina, utilizando os parafusos da base.
3. Colocar a sobrecarga no lado esquerdo da corda (5 g).
4. Medir três vezes o tempo para um deslocamento de 0,5 m e registrar o valor médio do tempo na tabela.
5. Acrescentar a cada uma das extremidades da corda massas iguais de 10 g e repetir o passo anterior.
6. Preparar outro conjunto de massas acrescentando 10 g a mais de cada lado e medir três vezes o tempo para o mesmo deslocamento.
7. Registrar os dados obtidos em uma tabela.



m	X	F'	$\bar{t}$	$\bar{t}^2$	2X	a	m^{-1}	F
kg	m	N	s	s ²	m	m/s ²	Kg ⁻¹	N
0,045	0,5							
0,065	0,5							
0,085	0,5							

CÁLCULOS

1. Para a força desequilibrante (F'):

$F' = \Delta m \cdot g$, onde Δm : valor da sobrecarga. g : valor da gravidade (9,8 m/s²).

2. Para a aceleração (a):

$$a = \frac{2X}{\bar{t}^2}$$

3. Para a força desequilibrante (F):

$$F = m \cdot a$$

QUESTIONÁRIO

- a. Em papel milimetrado, construa os gráficos: $a \times m$ e $a \times m^{-1}$.
- b. Interprete o primeiro diagrama: que tipo de gráfico você obtém, qual é o modelo da lei e o que indica o expoente em m ?
- c. Interprete o segundo diagrama: que tipo de gráfico você obtém, qual é sua lei e qual sua equação?
- d. Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade?
- e. Compare os valores da coluna **F'** com os da coluna **F**. No caso de não serem iguais, explique as razões dessa diferença.
- f. Se se aplica uma força **F** a dois corpos cujas massas obedecem à seguinte relação: $m_1 = 4 m_2$, qual será a relação entre suas acelerações?
- g. Utilizando o diagrama de comprovação, determine por interpolação a massa correspondente a uma aceleração de **0,2 m/s²**.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 10 - Estática

OBJETIVOS

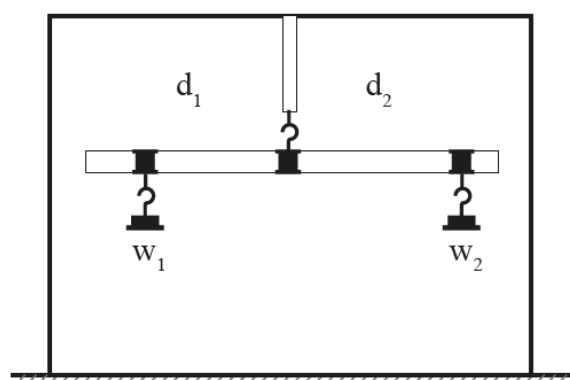
- Determinar o momento de torção, utilizando a resultante de várias forças.
- Estabelecer as condições de equilíbrio dos diferentes sistemas de forças.

MATERIAIS

- Régua para momentos de torção.
- Suporte de massas e massas calibradas.
- Régua graduada.
- Balança.
- Dinamômetro.
- Equipamento de montagem.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



1. Determinar o centro de gravidade (c.g.) da régua para momentos de torção e suspender o dinamômetro.
2. Colocar, para um lado e para o outro do eixo de rotação, um peso de cada lado até equilibrar o sistema, mantendo a régua horizontal.
3. Anotar em uma tabela os valores de todos os pesos que atuam sobre a régua e suas distâncias ao ponto 0.

F_N	m_1	m_2	W_1	W_2	d_1	d_2	τ_1	τ_2
N	Kg	kg	N	N	m	m	m.N	m.N

CÁLCULOS

1. Para o peso (W):

$$W = m \cdot g; \text{ onde } g = 9,8\text{m/s}^2$$

2. Para o torque (τ):

$$\tau = W \cdot d$$

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado, desenhe em escala adequada a régua e as forças que atuam sobre ela (D.C.L.).
- Com os resultados obtidos, faça a relação $F_1/d_2 = F_2/d_1$. Que conclusão você obtém?
- Indique que tipo de sistema é e estabeleça as condições de equilíbrio; em seguida, verifique a validade delas substituindo os resultados obtidos.
- Compare os valores absolutos dos momentos de torção no mesmo sentido e no sentido contrário ao movimento dos ponteiros do relógio. Ao fazer a comparação, encontre o erro percentual entre os dois valores.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 11 – Trabalho e Energia.

OBJETIVOS

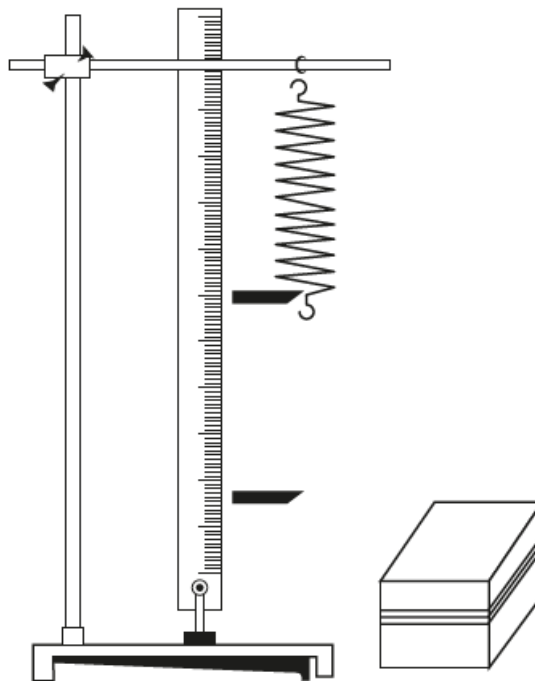
- Determinar a energia necessária para alongar uma mola helicoidal de aço.
- Determinar o trabalho necessário para alongar uma mola de borracha.

MATERIAIS

- Mola helicoidal.
- Mola de borracha.
- Suporte de massas e massas calibradas.
- Equipamento de montagem e indicadores.
- Régua graduada.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



1. Determine o zero de deformação na extremidade livre da mola helicoidal.
2. Aplique na extremidade livre da mola forças conhecidas (5 vezes).
3. Meça seus respectivos alongamentos e registre os valores na tabela para carga.
4. Retire gradualmente as massas do porta-massas e anote os valores de deformação na tabela para descarga.
5. Repita as atividades anteriores para a mola de borracha.

Para carga:		
m	F	ΔY
kg	N	M
0	0	0

Para descarga:	
F	ΔY
N	m

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado, trace o diagrama $F \times \Delta Y$ da mola helicoidal, tanto para carga como para descarga, sobre o mesmo eixo de coordenadas.
- Análise e interprete o diagrama anterior.
- Em outra folha de papel milimetrado, trace o diagrama $F \times \Delta Y$ da mola de borracha, tanto para carga como para descarga, sobre o mesmo eixo de coordenadas.
- Análise e interprete o diagrama anterior.
- Encontre a área sob a curva da mola helicoidal e indique o que ela representa fisicamente.
- Utilizando o diagrama da mola de borracha, determine a energia perdida.
- Faça uma classificação do trabalho, de acordo com o menor ângulo que a força forma com o deslocamento.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 12 – Conservação da Energia – PARTE 1

OBJETIVOS

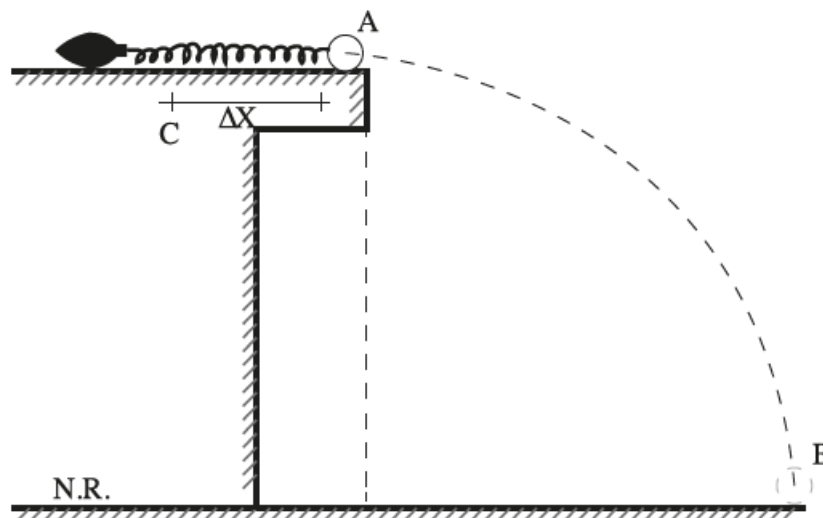
- Comprovar experimentalmente que, em um sistema conservativo, a energia mecânica permanece constante.

MATERIAIS

- Máquina lançadora.
- Um prumo.
- Equipamento de montagem.
- Régua graduada.
- Folha de impactos.
- Uma esfera.
- Um dinamômetro (newtômetro).

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema.



1. Construir a máquina lançadora de acordo com o modelo e colocar a folha de impactos paralela à mesa.
2. Determinar a constante elástica da mola, usando o dinamômetro (newtômetro) e a régua graduada.
3. Na direção do prumo, medir a altura desde o centro de massa da esfera até a superfície da mesa.
4. Efetuar cinco disparos para um mesmo alongamento da mola e assinalar na folha de impactos os possíveis pontos marcados pela esfera.
5. Contornar com um círculo todos os pontos marcados pelos impactos.
6. Medir a distância horizontal (X) desde o pé do prumo até o centro do círculo.
7. Repetir o procedimento para outros alongamentos da mola.
8. Registrar os valores obtidos em uma tabela.



Tabela de dados							
F	ΔX	K	m	h	X	vA	vB
N	M	N/m	kg	m	m	m/s	m/s

Tabela de dados						
E_{pe_c}	E_{pg_c}	E_{c_A}	E_{c_B}	E_{m_A}	E_{m_B}	E_{m_c}
J	J	J	J	J	J	J

CÁLCULOS

1. Calcular o valor da velocidade no ponto A e no ponto B.
2. Utilizando as correspondentes equações, determinar o valor das energias: potencial elástica em C, potencial gravitacional em C, cinética nos pontos A e B.
3. Calcular a energia mecânica no ponto C, somando a energia potencial elástica e a gravitacional.
4. Calcular os valores da energia mecânica total nos pontos A e B.

QUESTIONÁRIO

- a. Determine os elementos que interagem, os efeitos energéticos e os fatores que quantificam as interações do sistema.
- b. Analisando os resultados na tabela de valores correspondentes à energia mecânica nos pontos A, B e C, induza uma lei empírica que explique o fenômeno em estudo.
- c. Por meio de uma equação, generalize os resultados anteriores.
- d. Que sinal tem o trabalho do peso de um corpo quando: a) cai; b) sobe? c) Como varia a energia cinética do corpo em cada caso?
- e. Como varia a energia potencial gravitacional de um corpo quando: a) sobe; b) desce?

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 13 – Conservação da Energia – PARTE 2

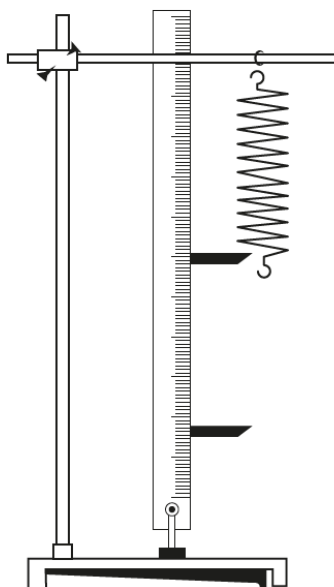
OBJETIVOS

- Induzir experimentalmente o princípio de conservação da energia em um sistema conservativo.

MATERIAIS

- Mola helicoidal.
- massas calibradas.
- Indicadores.
- Equipamento de montagem.
- Régua graduada.

PROCEDIMENTO



1. Montar o equipamento de acordo com as indicações dadas pelo professor.
2. Marcar com o indicador a extremidade livre da mola sem carga.
3. Suspende na mola uma massa de 0,020 kg e, com o outro indicador, marcar o alongamento que ela experimenta (ΔX).
4. Ler na régua o valor do alongamento e anotá-lo na tabela (1).
5. Repetir as atividades de 2 a 4 suspendendo massas de 0,040 kg; 0,060 kg; 0,080 kg e 0,10 kg.
6. Voltar a suspender da mola uma massa de 0,020 kg e segurá-la com a mão a uma distância XB abaixo do nível de equilíbrio da mola.
7. Medir a distância XB e registrar seu valor na tabela (2).
8. Soltar a massa a partir da posição B e determinar o ponto A na posição mais baixa da mola. Em seguida, medir a distância XA e anotar seu valor na tabela (2).
9. Repetir as atividades de 6 a 8 para massas de 0,040 kg; 0,060 kg; 0,080 kg e 0,10 kg.

TABELA 1			
m	ΔX	F	K
kg	m	N	N/m
0,000			
0,020			
0,040			
0,060			
0,080			
0,100			
			K =

TABELA 2								
m	X_A	X_B	E_{pg_A}	E_{pg_B}	ΔE_{pg}	E_{pe_A}	E_{pe_B}	ΔE_{pe}
kg	m	m	J	J	J	J	J	J
0,000								
0,020								
0,040								
0,060								
0,080								
0,100								

CÁLCULOS

- Para o peso (F):

$$F = m \cdot g$$

- Para a constante (K):

$$K = \frac{F}{\Delta X}$$

- Para a energia potencial gravitacional (E_{pg}):

a. $E_{pg_A} = m \cdot g \cdot X_A$

b. $E_{pg_B} = m \cdot g \cdot X_B$

c. $\Delta E_{pg} = E_{pg_A} - E_{pg_B}$

- Para a energia potencial elástica (E_{pe}):

a. $E_{pe_A} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_A^2$

b. $E_{pe_B} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_B^2$

c. $\Delta E_{pe} = E_{pe_A} - E_{pe_B}$

Nota: Com os resultados obtidos, completar as tabelas de valores.

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado, trace o gráfico $F \times \Delta X$.
- Análise e interprete o diagrama anterior.
- Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade?

d. O que representa a área sob o diagrama?

e. Comparando os resultados obtidos na tabela (2) entre a variação da energia potencial gravitacional e a variação de energia potencial elástica, induza uma lei por meio de um enunciado e depois por meio de uma equação.

f. A força elástica é constante? Sim..... Não..... Por quê?

g. Determine os elementos interatuantes, os efeitos energéticos e os fatores que quantificam as interações do sistema.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 14 – Movimento Harmônico Simples – PARTE 1

OBJETIVOS

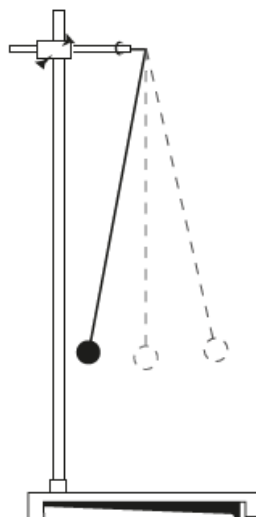
- Comprovar de maneira experimental o período e a lei fundamental de um movimento no pêndulo simples.
- Determinar o valor da aceleração da gravidade no laboratório.

MATERIAIS

- Um pêndulo simples.
- Régua graduada.
- Cronômetro ($\Delta = 0,01$ s).
- Equipamento de montagem.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema.



1. Determinar o tempo que o pêndulo demora para realizar 10 oscilações completas com um comprimento de 20 cm (3 leituras).
2. Repetir o procedimento anterior fazendo variar o comprimento de 20 em 20 cm até 1 m.
3. Registrar os valores obtidos em uma tabela.

N	L	t_1	t_2	t_3	$\bar{t}$	T	T^2	g
ciclos	m	s	s	s	s	s	s^2	m/s^2
10	0,00							
10	0,20							
10	0,40							
10	0,60							
10	0,80							
10	1,00							

1. Para o tempo médio ($\bar{t}$):

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n}$$

2. Para o período (T):

$$T = \frac{\bar{t}}{N}, \text{ sendo } N = 10$$

3. Para a gravidade (g):

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado, trace o diagrama $T \times L$ e $T^2 \times L$.
- No primeiro diagrama: que tipo de gráfico você obtém, qual é o modelo da lei e o que indica o expoente n ?
- No segundo diagrama: que tipo de gráfico você obtém, qual é a lei e qual é sua equação horária?
- O que a lei indica?
- Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade?
- Utilizando a equação horária, calcule o período se o comprimento do fio é 260 cm.
- Deduzir uma expressão para calcular o valor da gravidade no laboratório.
- Utilizando os valores da gravidade que obteve nos cálculos, obtenha a gravidade média.
- Compare o resultado anterior da aceleração devido à gravidade com o valor de referência ($9,8 \text{ m/s}^2$), determinando o erro percentual.
- Faça a análise energética do sistema: elementos interatuantes, efeitos energéticos e fatores que quantificam as interações.
- De que depende o período de um pêndulo simples: da massa pontual ou do comprimento do fio? Explique.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 15 – Movimento Harmônico Simples – PARTE 2

OBJETIVOS

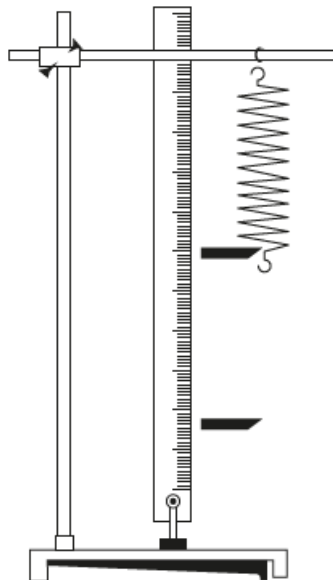
- Determinar experimentalmente a lei fundamental de um vibrador de mola vertical.

MATERIAIS

- Mola helicoidal.
- massas calibradas.
- Cronômetro.
- Equipamento de montagem.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema.



- Fixar a extremidade de uma mola a um suporte e pendurar na outra extremidade uma massa de 20 g.
- Esticar levemente a mola com a mão e depois soltá-la. Determinar o tempo que ela demora para realizar 10 oscilações completas (3 leituras).
- Repetir o procedimento anterior, variando as massas de 20 g em 20 g, até 100 g.
- Registrar os valores obtidos em uma tabela.

m	N	t_1	t_2	t_3	$\bar{t}$	$T = \bar{t} / N$
g	ciclos	s	s	s	s	s
0	10					
20	10					
40	10					
60	10					
80	10					
100	10					

CÁLCULOS

1. Para o tempo médio ($\bar{t}$):

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n}$$

2. Para o período (T):

$$T = \frac{\bar{t}}{N}, \text{ sendo } N = 10$$

3. Para a gravidade (g):

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

QUESTIONÁRIO

- a. Em uma folha de papel milimetrado, trace o diagrama $T \times L$ e $T^2 \times L$.
- b. No primeiro diagrama: que tipo de gráfico você obtém, qual é o modelo da lei e o que indica o expoente n ?
- c. No segundo diagrama: que tipo de gráfico você obtém, qual é a lei e qual é sua equação horária?
- d. O que a lei indica?
- e. Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade?
- f. Utilizando a equação horária, calcule o período se o comprimento do fio é 260 cm.
- g. Deduzir uma expressão para calcular o valor da gravidade no laboratório.
- h. Utilizando os valores da gravidade que obteve nos cálculos, obtenha a gravidade média.
- i. Compare o resultado anterior da aceleração devido à gravidade com o valor de referência ($9,8 \text{ m/s}^2$), determinando o erro percentual.
- j. Faça a análise energética do sistema: elementos interatuantes, efeitos energéticos e fatores que quantificam as interações.
- k. De que depende o período de um pêndulo simples: da massa pontual ou do comprimento do fio? Explique.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 16 – Variação da temperatura com o calor.

OBJETIVO

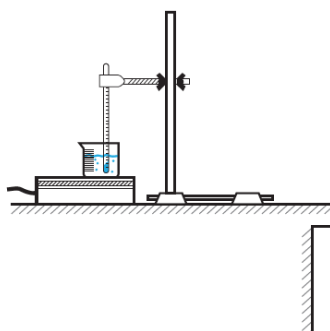
- Avaliar qualitativamente a variação que a energia calorífica de diversas massas de água experimenta por meio da temperatura e em função do tempo.

MATERIAIS

- Um béquer de 250 ml.
- Um queimador.
- Um termômetro.
- Cronômetro ($\Delta = 0,01$ s).
- Líquido de prova: água.
- Equipamento de montagem.

PROCEDIMENTO

Montar o equipamento de acordo com um esquema.



- Colocar 150 g de água no copo e medir a temperatura inicial; registrar esse valor na tabela 1.
- Acender o queimador e, ao mesmo tempo, acionar o cronômetro.
- Agitar continuamente a água e fazer a leitura da temperatura a cada 30 s, até que a água ferva.
- Apagar o queimador e descartar a água.
- Repetir o procedimento anterior para 100 g e 50 g de água, respectivamente.

TABELA 1

t	$m_1 = 150$ g	$m_2 = 100$ g	$m_3 = 50$ g
min	T_1 (°C)	T_2 (°C)	T_3 (°C)
0			
0,5			
1,0			
1,5			
2,0			
2,5			
.			
.			
.			

TABELA 2			
c	m	ΔT	Q
cal/g. $^{\circ}$ C	g	$^{\circ}$ C	cal
1	0		
1	50		
1	100		
1	150		

CÁLCULOS

1. Para a quantidade de calor (Q):

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

QUESTIONÁRIO

- a. Em uma folha de papel milimetrado, construa o gráfico T x t, em um eixo para 150 g de água, em outro eixo para 100 g e em outro eixo para 50 g.
- b. Analise e interprete cada um dos gráficos anteriores: que tipo de gráfico você obtém, qual é a lei e qual sua equação horária?
- c. Em outra folha de papel milimetrado, construa o gráfico Q x m.
- d. Analise e interprete o diagrama anterior.
- e. Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade do diagrama anterior?
- f. Que relação existe entre a quantidade de calor fornecido e a quantidade de água?
- g. Exercício de aplicação.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 17 – Dilatação linear dos sólidos.

OBJETIVO

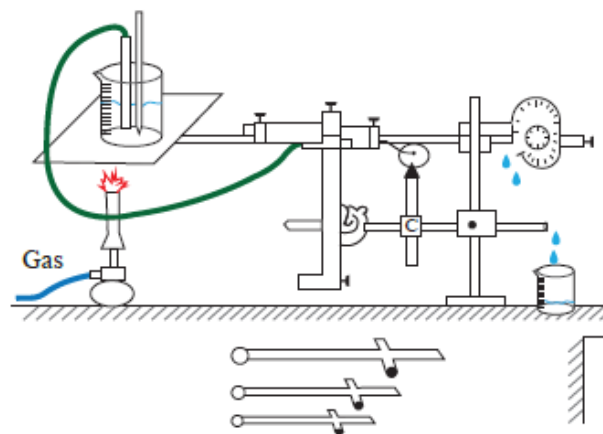
- Determinar experimentalmente o coeficiente de dilatação linear de alguns sólidos metálicos.

MATERIAIS

- Arco com porca.
- Tubos de metal (3).
- Tubo de vidro.
- Eixo móvel com agulha.
- Equipamento de montagem.
- Tampão de borracha.
- Grelha com porcelana.
- Pedrinhas.
- Um termômetro.
- Tubo flexível.
- Um aquecedor.
- Glicerina.
- Erlenmeyer (100 ml).
- Fita métrica.
- Pinça universal.
- Porca de pressão.
- Becker plástico (100 ml).

PROCEDIMENTO

Montar o equipamento de acordo com um esquema.



1. Prenda sobre a mesa um pedaço de papel, abaixo da ponta da agulha.
2. Coloque a agulha na posição vertical e marque no papel sua posição inicial.
3. Meça o comprimento da agulha desde o seu eixo de giro até a superfície da mesa ($l = 10,5 \text{ cm}$).
4. Meça a temperatura ambiente (T_0).
1. Faça a água ferver e espere até que saia água condensada e vapor pelo tubo de metal; observe a agulha até que ela pare de se mover.
2. Marque a posição da agulha e meça no papel a deflexão (s); anote esse valor na tabela.
3. Afaste o queimador, espere até que o tubo esfrie um pouco e repita o experimento com os outros dois tubos.

Tabela 1

Material	S (cm)	φ (°C)	ΔL (cm)
Alumínio			
Latão			
Aço			

Tabela 2

Grandeza	Símbolo	Valor
Comprimento do tubo metálico	L_0	
Temperatura do tubo quente	T	
Raio do suporte da agulha	r	
Comprimento da agulha	l	
Temperatura ambiente	T_0	

CÁLCULOS

1. Calcule o ângulo de desvio φ em graus, que corresponde a cada desvio s da agulha:

$$\tan \varphi = \frac{s}{l}$$

2. Calcule a dilatação ΔL dos diferentes tubos metálicos e anote-a na tabela:

$$\Delta L = \frac{4\pi r \varphi}{360^\circ}$$

QUESTIONARIO

- a. Compare a dilatação dos metais e ordene-os de acordo com essa dilatação.
- b. A dilatação ΔL é função da diferença de temperatura ($T - T_0$) e do comprimento total L_0 . Explique se isso pode ser demonstrado com este arranjo experimental.
- c. Calcule o coeficiente de dilatação linear para cada material.
- d. Faça uma tabela de comparação entre os coeficientes de dilatação calculados e os que aparecem nos livros.
- e. Calcule o erro percentual do coeficiente de dilatação linear de cada material, tomando como dado real o valor fornecido pelos textos.
- f. Determine o comprimento que teria cada haste se a temperatura final chegasse a 150 °C.
- g. Uma barra de alumínio de 1 cm de diâmetro tem 150 cm de comprimento a 25 °C; se for aquecida até 400 °C, qual será o aumento de seu comprimento e quanto medirá ao final?
- h. Uma trena de aço é calibrada a 20 °C. Em um dia frio, quando a temperatura é -15 °C, qual é o erro percentual na trena? ($\alpha_{\text{aço}} = 1,1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$).
- i. Duas esferas de bronze de 12 cm de raio estão separadas quando se encontram a 20 °C; ao serem aquecidas até 130 °C se encostam. A que distância inicial elas se encontravam?

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 18 – Condutores e isolantes.

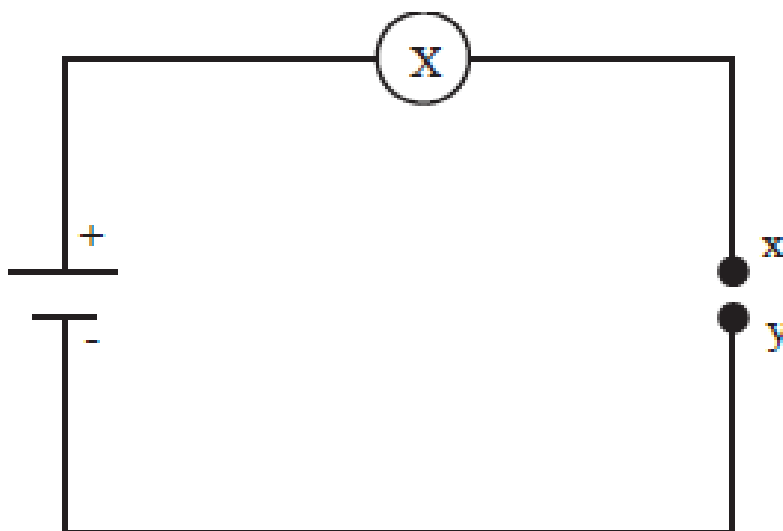
OBJETIVOS

- Comprovar experimentalmente os diferentes tipos de condutores e isolantes da eletricidade que se apresentam na natureza.

MATERIAIS

- Duas pilhas de 1,5 V cada.
- Uma bateria de 9 V.
- Sal, óleo, açúcar.
- Cabos de conexão.
- Uma lâmpadazinha de 12 V com seu respectivo soquete.
- 10 materiais diferentes.
- Um copo de vidro.

PROCEDIMENTO



1. Monte o circuito de acordo com o esquema (os pontos x e y podem ser simplesmente as extremidades desencapadas dos fios). O circuito estará bem instalado se, ao unir os fios, a lâmpadazinha acender.
2. Vá colocando cada material entre os pontos x e y; se a lâmpadazinha acender, o material é um bom condutor.
3. Marque então com um x na coluna “condutor” do quadro de observações.
4. Se a lâmpadazinha não acender, é um isolante ou um mau condutor de eletricidade; marque então com um x na coluna “isolante” do quadro de observações.
5. Para testar uma substância: coloque-a no copo e proceda como antes.
6. Caso particular: verifique a água em estado puro e, em seguida, observe os resultados à medida que você adiciona sal gradualmente. Faça três testes trocando a água e adicionando diferentes substâncias solúveis.



Número	Material	condutor	Isolante
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			

QUESTIONÁRIO

- Revise os sólidos que você colocou na coluna de condutores e indique: que características eles têm?
- Que características têm as substâncias condutoras?
- Explique o comportamento da água com sal (informe-se sobre o tema eletrólise).
- Defina os condutores e os isolantes e estabeleça suas diferenças.
- Em que aplicações pode ser utilizado o circuito provador de continuidade?
- Observe a tensão das pilhas e da lâmpadazinha no circuito provador de continuidade; se em vez de pilhas fosse usada a corrente doméstica, qual seria a tensão da lâmpadazinha e o que aconteceria?
- O que os eletricitistas usam para evitar receber um choque elétrico quando sobem nos postes?
- Anote 5 coisas que são usadas como isolantes nas instalações elétricas domiciliares.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 19 – Lei de Coulomb.

OBJETIVOS

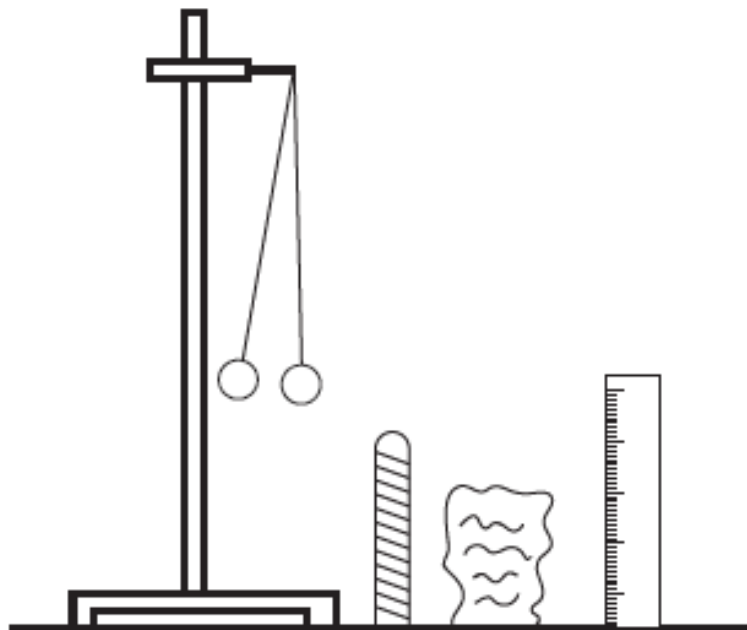
- Aplicar o conhecimento da Lei de Coulomb para resolver problemas de maneira experimental.

MATERIAIS

- Duas esferas de alumínio.
- Fio.
- Uma balança de precisão.
- Pedaco de lã.
- Equipamento de montagem.
- Régua graduada.
- Barra de ebonite.

PROCEDIMENTO

Monte o equipamento de acordo com o esquema:



1. Utilizando a balança, meça a massa das esferas (devem ser iguais).
2. Com a régua, meça o comprimento dos fios (devem ser iguais).
3. Disponha os elementos de acordo com as indicações que serão dadas pelo seu professor.
4. Esfregue a barra de ebonite e aproxime-a das esferas até que haja contato; você observará que, ao serem carregadas com a mesma carga, as esferas se separam a uma distância r ; meça essa distância com a régua.
5. Registre os valores obtidos em uma tabela.
6. Repita todas as atividades anteriores variando a massa das esferas e o comprimento dos fios.

i	m	L	r
	g	cm	cm
1			
2			

QUESTIONÁRIO

- Que tipo de carga adquire a ebonite ao ser friccionada?
- Ao colocar em contato a ebonite e as esferas, que tipo de carga adquiriram as esferas?
- Com os dados obtidos na primeira experiência, calcule o valor da força eletrostática e o valor das cargas. Faça um gráfico representativo.
- Repita a atividade anterior para a segunda experiência.
- Determine os elementos interatuantes, os efeitos energéticos e os fatores que quantificam as interações do sistema.
- Numa prática de laboratório obtêm-se os seguintes resultados: duas pequenas esferas de 0,1 g de massa cada uma estão suspensas no ar a partir de um mesmo ponto com fios de 30 cm de comprimento; quando as esferas têm carga igual, se separam a 1,8 cm de distância. Determinar: a) o valor da força repulsiva; b) o valor da carga de cada esfera.
- Duas esferas de raios e pesos iguais estão suspensas por fios de maneira que suas superfícies se toquem. Que carga é preciso comunicar-lhes para que a tração dos fios seja de 0,068 N? A distância do ponto de suspensão até o centro da esfera é igual a 10 cm e o peso de cada esfera é de 5×10^{-9} kgf.
- Duas esferas condutoras iguais, que possuem massa de 1,5 g cada uma, estão penduradas em fios de seda a partir de um mesmo ponto. Depois de carregar uma esfera com certa quantidade de eletricidade negativa e colocá-la em contato com a outra, as esferas se separaram 10 cm e os fios formaram um ângulo de 36° . Determinar a carga da primeira esfera antes de entrar em contato com a segunda e a quantidade de elétrons em excesso em cada esfera depois de terem estado em contato.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 20 – Geradores em série e leitura de volímetros

OBJETIVOS

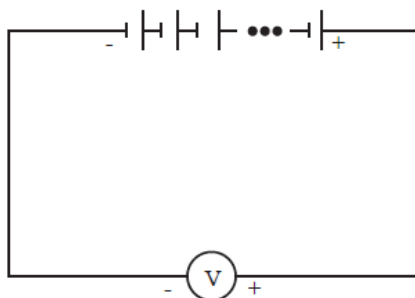
- Determinar experimentalmente a relação entre o número de geradores conectados em série e a tensão obtida.

MATERIAIS

- Seis pilhas de 1,5 V cada uma.
- Três lâmpadas pequenas de 12 V cada uma, com seus respectivos soquetes.
- Um volímetro.
- Cabos de conexão.

PROCEDIMENTO

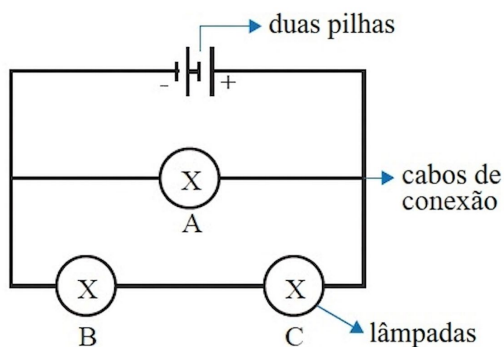
Monte o equipamento de acordo com o esquema:



- Dê a cada pilha uma letra, meça a tensão de cada pilha e anote-a na coluna correspondente da tabela 1.
- Conecte em série, uma a uma, as pilhas e meça, a cada vez, a tensão total que se obtém e anote os resultados na tabela 1.

Pilhas	Tensão	Combinação de pilhas	Tensão total
	V		V
1		A	
2		A + B	
3		A + B + C	
4		A + B + C + D	
5		A + B + C + D + E	
6		A + B + C + D + E + F	

- Faça a instalação elétrica de acordo com o circuito que será apresentado pelo seu professor no quadro.



4. Meça as tensões das lâmpadas A, B e C individualmente e depois de B + C, e anote os resultados na tabela 2.

Lâmpadas	Tensões
	V
A	
B	
C	
B + C	

QUESTIONÁRIO

- Em uma folha de papel milimetrado trace o diagrama $V \times n^\circ$ de pilhas.
- Analise e interprete o diagrama anterior.
- Faça a análise dimensional da constante de proporcionalidade.
- Explique a relação entre o número de pilhas e a tensão total obtida na tabela 1.
- A que se deve a diferença de intensidade nas lâmpadazinhas? Apoie sua resposta na tabela 2.
- Caso a lâmpadazinha tenha queimado, indique as causas e tire conclusões adequadas a respeito da natureza da lâmpadazinha e da voltagem utilizada.
- Por meio de um gráfico, determine os componentes de uma lâmpada e explique cada parte.

CONCLUSÕES (mínimo três)



PRÁTICA 21 – Eletrodinâmica.

OBJETIVOS

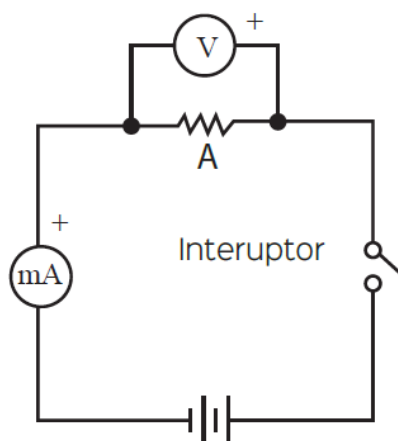
- Utilizar corretamente os aparelhos de medida: voltímetro e amperímetro.
- Determinar a resistência de um dispositivo elétrico em função da diferença de potencial e da corrente.

MATERIAIS

- Fonte de alimentação (ou cinco pilhas de 1,5 V).
- Amperímetro e voltímetro.
- Condutores e fita adesiva ("masking tape").
- Resistência.

PROCEDIMENTO

1. Realize a montagem da seguinte figura:



2. Utilizando uma pilha (1,5 V), feche a chave (interruptor) e anote as leituras do amperímetro e do voltímetro. Abra a chave assim que terminar as leituras.
3. Repita as leituras com duas, três, quatro e cinco pilhas conectadas em série entre si.
4. Registre os valores obtidos em uma tabela.

#	V	I	R
	V	A	Ω
1			
2			
3			
4			
5			

CÁLCULOS

1. Para a resistência (R)

$$R = \frac{V}{I}$$

2. Para a resistência média ($\bar{R}$)

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{n}$$

CUESTIONÁRIO

- Em papel milimetrado trace o gráfico $V = f(I)$.
- Que tipo de gráfico você obtém, qual é a lei e qual é a sua equação?
- O que a lei indica?
- Fisicamente, o que representa a constante de proporcionalidade?
- Consulte o código de cores das resistências e determine a margem de tolerância para a resistência utilizada.
- Compare o valor determinado da resistência média (R_{exp}) com o valor indicado na caixa de resistências (R_{real}). Encontre o erro percentual entre os dois valores.
- Se o valor de R_{exp} não estiver dentro da margem de tolerância de R_{real} , dê algumas razões para a discrepância.
- Descreva a posição adequada de um amperímetro em um circuito.
- Descreva a posição adequada de um voltímetro em um circuito.
- Uma lâmpada elétrica, depois de ter alcançado sua temperatura de operação, tem uma diferença de potencial de 120 V aplicada em seus terminais enquanto uma corrente de 0,7 A circula por ela. Qual é a resistência da lâmpada?

CONCLUSÕES (mínimo três)

BIBLIOGRAFIA

[1] Vuolo, J.H. – Fundamentos da Teoria dos Erros. Editora Edgard Blücher, Ltda, São Paulo, SP, Brasil, 1992 – 2ª edição.

[2] J. F. G. Mônico, A. P. dal Póz, Maurício Galo, Marcelo Carvalho dos Santos, e Leonardo Castro de Oliveira, Acurácia e precisão: Revendo os conceitos de forma acurada, Boletim de Ciências Geodésicas 15 (2009), no. 3, 469–483.

[3] Armando Albertazzi Gonçalves Jr., metrologia, (2002).